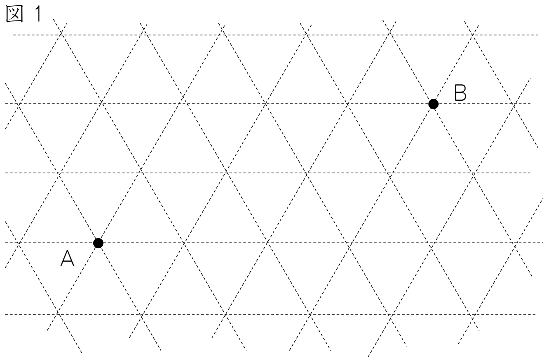
受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

正三角形のマス目における道順

図１



１辺の長さが１cmの正三角形を並べたマス目があり，点ＡとＢが図１の位置にあります。図１はマス目の一部を表したもので，マス目は十分に広がっているものとします。点ＡからＢまで，辺の上を進むことで移動します。ただし，同じ辺は一度しか通ることができないものとします。

太郎君は，辺の上を５cm進んで移動する方法について，次のように考えました。

「辺を１cm進むことを１回と考えると，右に３回，右上に２回進めばよいので，移動する方法は１０通りある。このことを次のように表そう。

→	↗			
3	2			１０通り

」

以下の問いに答えなさい。必要であれば，２枚目のマス目を使いなさい。

（１）太郎君にならって，辺の上を６cm進んで点ＡからＢまで移動する方法について以下の表を埋めて求めなさい。表はすべて使うとはかぎりません。

				通り
				通り
				通り
			合計	通り

（２）辺の上を７cm進んで点ＡからＢまで移動する方法は何通りありますか。

最難関問題

受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

正三角形のマス目における道順

（１）

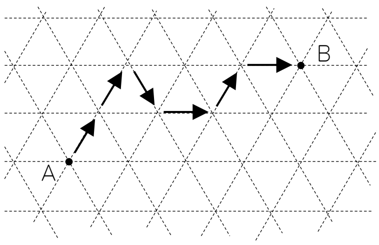
→	↗	↘		
2	3	1		６０通り
→	↗	↖		
4	1	1		３０通り
			合計	９０通り

※矢印の順番を入れかえたものも正解

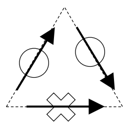
（２）４８１通り

（１）例えば図①のような進み方が考えられます。図①の進み方は，図②のように，右に１回進む代わりに右上と右下に１回進むことにあたります。そのため，右に進む回数は１回減って２回になり，右上に進む回数は１回増えて３回，また，右下に進む回数が１回になります。並びかえて，図③のように６Ｃ１×５Ｃ２＝６０（通り）です。

図①



図②

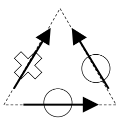


図③

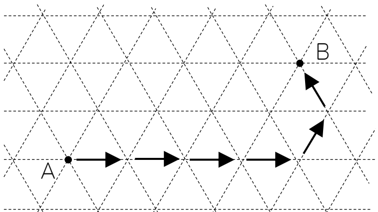
→	↗	↘		
2	3	1		６０通り

同様に考えると，図④のように右上に１回進む代わりに右と左上に１回進むことで，図⑤のように進むことができます。右に進む回数は１回増えて４回になり，右上に進む回数は１回減って１回，また，左上に進む回数が１回になります。並びかえて，図⑥のように６Ｃ１×５Ｃ１＝３０（通り）です。

図④



図⑤



図⑥

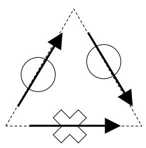
→	↗	↖		
4	1	1		３０通り

以上より，６０＋３０＝９０（通り）です。

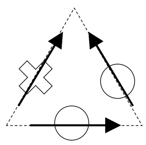
最難関問題

（２）（１）と同様に考えます。（１）で求めた通り，６㎝進んでＡからＢまで移動する場合には，右，右上，右下，左上の方向に１㎝進むことを組み合わせます。これらはそれぞれ，図⑦〜⑩のように置き換えることで移動距離をさらに１㎝増やすことができます。

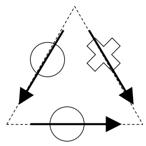
図⑦



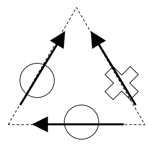
図⑧



図⑨



図⑩



図⑦の置き換えを図③の進み方に行うと，図⑪の㋐になります。また，図⑥の進み方に行うと，㋑になります。

図⑧の置き換えを図③の進み方に行うと，図⑪の㋑になって図⑦の置き換えと重複します。また，図⑥の進み方に行うと，㋒になります。

図⑨の置き換えを図③の進み方に行うと，図⑪の㋓になります。また，図⑥の進み方では右下に進まないので，適用できません。

図⑩の置き換えは図③の進み方では左上に進まないので適用できません。図⑥の進み方に行うと，図⑪の㋔になります。

図⑪

㋐	→	↗	↘	
	1	4	2	
㋑	→	↗	↖	↘
	3	2	1	1
㋒	→	↖		
	5	2		
㋓	→	↗	↙	
	3	3	1	
㋔	→	↗	←	
	4	2	1	

以上の㋐〜㋔について，並びかえを考えます。

最難関問題

ⓐの並びかえ

㋐	→	↗	↘	
	1	4	2	

７Ｃ１×６Ｃ１＝１０５（通り）です。

㋑の並びかえ

㋑	→	↗	↖	↘
	3	2	1	1

左上に１cmの進みと右下に１cmの進みがとなりあうと，同じ道を通過してしまいます。

全ての並びかえは７Ｃ１×６Ｃ１×５Ｃ２＝４２０（通り）で，左上に１cmの進みと右下に１cmの進みがとなりあう並びかえは６Ｃ１×５Ｃ２×２＝１２０（通り）ですから，
４２０－１２０＝３００（通り）が条件を満たします。

㋒の並びかえ

㋒	→	↖		
	5	2		

７Ｃ２＝２１（通り）です。

㋓の並びかえ

㋓	→	↗	↙	
	3	3	1	

右上に１cmの進みと左下に１cmの進みがとなりあうと，同じ道を通過してしまいます。

↙ →	

このように左下に１cmの進みが一番左にくる場合，となりは右に１cmの進みです。残りは右に１cmの進みが２回と右上に１cmの進みが３回ですから，並びかえて５Ｃ２＝１０（通り）です。一番右にくる場合も同様なので，１０×２＝２０（通り）となります。

	→ ↙ →	

このように左下に１cmの進みが両端以外にくる場合，両どなりは右に１cmの進みです。この３回分の進み方と，残りの右に１cmの進み１回と右上に１cmの進み３回を並びかえるので，５Ｃ１×４Ｃ１＝２０（通り）です。

よって，２０×２＝４０（通り）です。

最難関問題

㋔の並びかえ

㋔	→	↗	←	
	4	2	1	

右に１㎝の進みと左に１㎝の進みがとなりあうと，同じ道を通過してしまいます。

← ↗	

このように左に１㎝の進みが一番左にくる場合，となりは右上に１㎝の進みです。残りは右に１㎝の進みが４回と右上に１㎝の進みが１回ですから，並びかえて５Ｃ１＝５（通り）です。一番右にくる場合も同様なので，５×２＝１０（通り）となります。

	↗ ← ↗	

このように左に１㎝の進みが両端以外にくる場合，両どなりは右上に１㎝の進みです。この３回分の進み方と，残りの右に１㎝の進み４回を並びかえるので，５Ｃ１＝５（通り）です。

よって，１０＋５＝１５（通り）です。

以上より，１０５＋３００＋２１＋４０＋１５＝４８１（通り）です。