受験算数の基礎

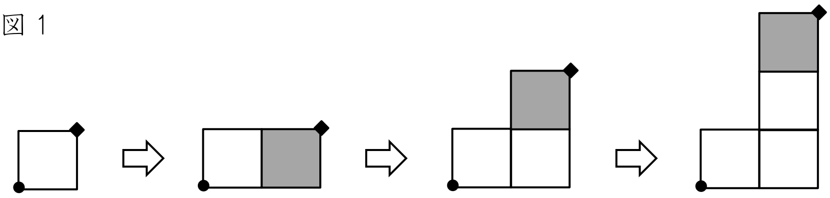
Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

道順といろいろな法則性

図１のように，正方形の右側か上側に，等しい大きさの正方形を辺がぴったり重なるように並べていきます。新しい正方形は，直前に並べた正方形と辺が重なるようにします。できあがった図形の，左下の頂点（●）から右上の頂点（◆）まで，辺の上を遠回りすることなく進みます。図１であれば，正方形を右・上・上に並べているので→↑↑と表し，こうして４個の正方形を組み合わせた図形における道順は，７通りあります。

図１



（１）↑→→→…と，２個目の正方形を上に，３個目以降の正方形を右に並べて，全部で５０個の正方形を組みあわせた図形における道順は，何通りありますか。

（２）→↑→↑→↑…と，２個目以降正方形を右，上，右，上，…と並べて，全部で１５個の正方形を組みあわせた図形における道順は，何通りありますか。

（３）↑↑→→↑↑→→↑↑…と，２個目以降正方形を上，上，右，右，にくり返し並べていきます。

① 全部で１０個の正方形を組みあわせたときの図形における道順は，何通りありますか。

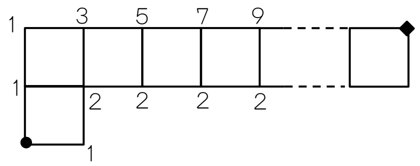
② ３通り，６通り，９通りのように，道順の場合の数の値が３の倍数となるときの正方形の個数として考えられるもののうち，３３番目に少ないものを答えなさい。

最難関問題

道順といろいろな法則性　（１）９９通り　（２）１５９７通り　（３）①９９通り　②１３０個

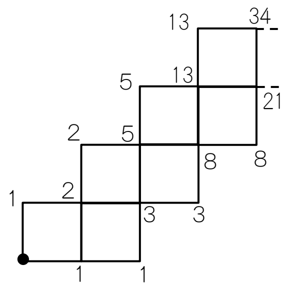
（１）図①のように，右上の頂点までの道順は，２個目の長方形をつけたときから，３，５，７，９，…という等差数列になります。よって，５０×２－１＝９９（通り）です。

図①



（２）図②のように，フィボナッチ数列になります。よって，２，３，５，８，１３，２１，３４，５５，８９，１４４，２３３，３７７，６１０，９８７，１５９７より，１５９７通りです。

図②



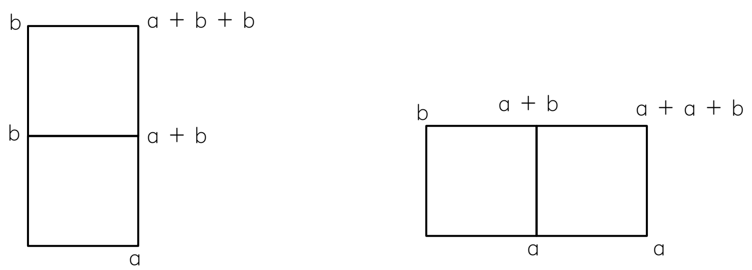
最難関問題

（３）

①　図形を書いて解くこともできますが，（２）でフィボナッチ数列が現れたので，どのような仕組みに基づいて規則性が生じるかを考えていきます。

　正方形を新たに並べるときの道順は，図③のように増えていきます。

図③



右上	a＋b	a＋b＋b		a＋b	a＋a＋b
左上	b	b		b	a＋b
右下	a	a＋b		a	a

　よって，↑↑→→で繰り返し正方形を並べる場合は，次のようになって，９９通りです。

右上	2	3	4	7	10	17	24	41	58	99
左上	1	1	1	4	7	7	7	24	41	41
右下	1	2	3	3	3	10	17	17	17	58

②　２，３，４，７，１０，１７，２４，４１，５８，９９，…という右上の頂点に進む道順は，３＋４＝７，３＋７＝１０，７＋１０＝１７，７＋１７＝２４，１７＋２４＝４１，１７＋４１＝５８，というように，＜１つ前と２つ前の道順の和＞，＜１つ前と３つ前の道順の和＞が交互に現れます。３で割ったときの余りについても同様の計算をすると，次の表のように１６個の数の周期になります。

右上	2	3	4	7	10	17	24	41	58	99											
余り	2	0	1	1	1	2	0	2	1	0	2	2	2	1	0	1	2	0	1	1	1

　１６個の周期中で，余りが０である３の倍数は４個あるので，
３３÷４＝８余り１，１６×８＋２＝１３０より，１３０個です。