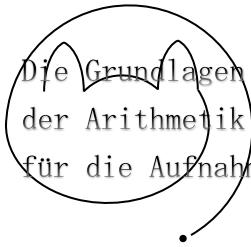


受験算数の基礎



最難関問題

水とエタノールの体積減少

100 g のエタノールを100 g の水に混ぜると、濃度50%で200 g のエタノール水溶液ができます。ところが、100 cm³ のエタノールを100 cm³ の水に混ぜると、エタノール水溶液の体積は200 cm³にはならず、少しだけ小さい体積（温度などの条件によりますが195 cm³前後）になります。

このことを聞いた太郎君は、次の条件を満たす、エタノールに似た物質「クタノール」を考えました。

クタノールの比重は、0.8 g / cm³（水の比重は、1 g / cm³）

水□ cm³ とクタノール△ cm³ を混ぜると、

□ ≥ △ のとき、体積は (□ + △ - △ × 0.1) cm³ になり、

□ < △ のとき、(□ + △ - □ × 0.1) cm³ になる

例えば、水70 cm³ とクタノール30 cm³ を混ぜると、 $70 + 30 - 30 \times 0.1 = 97$ (cm³) になります。このとき、クタノール水溶液の「体積濃度」は、 $30 \div 97 = 0.3092\cdots$ より、およそ30.9%です。以下の問いに答えなさい。

(1) 濃度50%のクタノール水溶液の体積濃度は何%ですか。小数第2位を四捨五入して答えなさい。

(2) 体積濃度50%のクタノール水溶液の濃度は何%ですか。小数第2位を四捨五入して答えなさい。

(3) 重さ90 g、体積100 cm³ のクタノール水溶液の濃度は何%ですか。小数第2位を四捨五入して答えなさい。

受験算数の基礎



最難関問題

水とエタノールの体積減少 (1) およそ 58.1% (2) およそ 42.1% (3) およそ 60.3%

(1) 濃度 50% という事は、水とクタノールの重さの比が 1 : 1 ということです。水とクタノールが 4 g ずつあるとすると、水の体積は 4 cm^3 、クタノールの体積は $4 \div 0.8 = 5 (\text{cm}^3)$ です。このとき、クタノール水溶液の体積は、 $4 + 5 - 4 \times 0.1 = 8.6 (\text{cm}^3)$ なので、クタノールの体積濃度は、 $5 \div 8.6 = 0.5813\cdots$ より、およそ 58.1% です。

(2) 水を $\square \text{ cm}^3$ 、クタノールを $\triangle \text{ cm}^3$ とすると、体積濃度が 50% になるのは、

$$\square \geq \triangle \text{ で, } \frac{\triangle}{\square + \triangle \times 0.9} = \frac{1}{2} \text{ となる場合 } (\dots \textcircled{7}) \text{ か,}$$

$$\square < \triangle \text{ で, } \frac{\triangle}{\square \times 0.9 + \triangle} = \frac{1}{2} \text{ となる場合 } (\dots \textcircled{1}) \text{ のどちらかです。}$$

⑦の場合

$$\triangle \times 2 = \square + \triangle \times 0.9,$$

$$\triangle \times 1.1 = \square,$$

$\triangle : \square = 10 : 11$ となります。 $\square = 11 \text{ cm}^3$ 、 $\triangle = 10 \text{ cm}^3$ とすると、水は 11 g、クタノールは $10 \times 0.8 = 8 (\text{g})$ なので、クタノールの濃度は、 $8 \div (11 + 8) = 0.4210\cdots$ より、およそ 42.1% です。

①の場合

$$\triangle \times 2 = \square \times 0.9 + \triangle,$$

$$\triangle \times 1 = \square \times 0.9,$$

$\triangle : \square = 9 : 10$ となるので、 $\square < \triangle$ の条件と矛盾します。

以上より、およそ 42.1% です。

受験算数の基礎



最難関問題

(3) ここでは、クタノール水溶液の比重が 0.9 g/cm^3 になっています。0.9は0.8と1の平均値なので、仮にクタノール 10 cm^3 と水 10 cm^3 を混ぜた場合を考えると、重さは $8 + 10 = 18 \text{ (g)}$ で、体積は $10 + 10 - 10 \times 0.1 = 19 \text{ (cm}^3)$ となるので、比重は $18 \div 19 = 0.94\cdots$ となってしまいます。

水を $\square \text{ cm}^3$ 、クタノールを $\triangle \text{ cm}^3$ とすると、比重が $0.94\cdots$ より軽い 0.9 になるためにはクタノールの量を増やす必要があることから、 $\square < \triangle$ となるので、クタノール水溶液の比重は、

$$\frac{\square + \triangle \times 0.8}{\square \times 0.9 + \triangle} = \frac{9}{10} \text{ と表すことができます。}$$

$$\square \times 10 + \triangle \times 8 = \square \times 8.1 + \triangle \times 9,$$

$$\square \times 1.9 = \triangle \times 1,$$

$\square : \triangle = 10 : 19$ となります。水を 10 cm^3 、クタノールを 19 cm^3 とすると、クタノール水溶液の体積は $10 + 19 - 10 \times 0.1 = 28 \text{ (cm}^3)$ 、重さは $10 + 19 \times 0.8 = 10 + 15.2 = 25.2 \text{ (g)}$ で、 $25.2 \div 28 = 0.9 \text{ (g/cm}^3)$ となって条件を満たしています。

このとき、クタノール水溶液の濃度は、 $15.2 \div 25.2 = 0.6031\cdots$ より、およそ 60.3% です。