

正三角形シリーズ27

図1は3本の竹ひごを組みあわせて作った三角形で、面積は1辺の長さが1 cmの正三角形の3.5倍です。竹ひごを平行に移動して、図2の六角形を作ったところ、角ア~カの大きさについて、 $ア + イ = ウ + エ = オ + カ$ が成り立ち、六角形の面積は1辺1 cmの正三角形の1.5倍になりました。さらに、角ア~カの大きさを変えないように図3の六角形を作りました。図3の六角形の面積は1辺1 cmの正三角形の何倍ですか。

図1

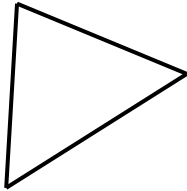


図2

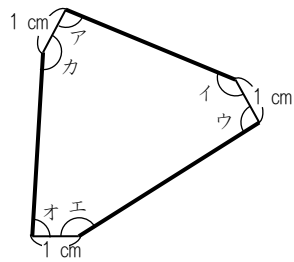
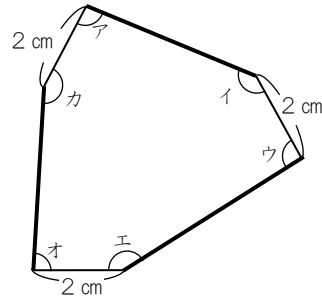
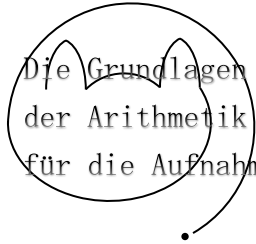


図3

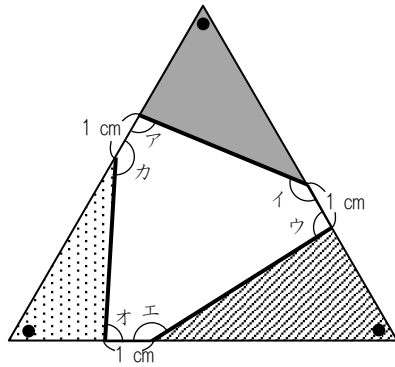




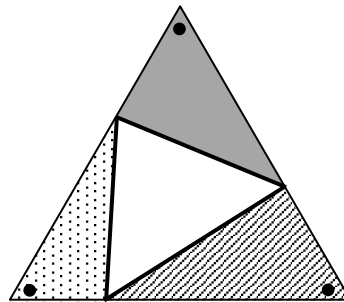
正三角形シリーズ27 21.5倍

図2の1cmの3本の線分を延長して三角形を図①のように作ると、 $ア + イ = ウ + エ = オ + カ = 120$ 度であることから、●印をつけた3つの角の大きさはいずれも60度なるので、正三角形になります。ここで、六角形の外側にできた3つの三角形に注目します。図②のように図1の三角形の外側に3つの三角形をくっつけても正三角形になるので、図②と図①の正三角形の面積の差は、1辺1cmの正三角形の、 $11.5 - 3.5 = 8$ （倍）です。

図①



図②



図②の正三角形の1辺の長さを□cmとすると、図①の正三角形の1辺の長さは□+1 (cm)なので、面積の比は、 $(\square \times \square) : ((\square + 1) \times (\square + 1))$ です。□×□と(□+1)×(□+1)の差は、図③より□×2+1なので、□×2+1=8より、□=3.5です。

図③

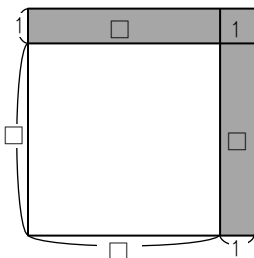


図3の六角形の外側に図①，②同様に正三角形を作るとその1辺の長さは $3.5 + 2 = 5.5$ (cm)になるので、 $5.5 \times 5.5 - 3.5 \times 3.5 = 18$ より、最初の3.5倍の面積に18倍を加えて、 $3.5 + 18 = 21.5$ （倍）です。