

## 最難関問題

らせん  
螺旋と階段の平方数表

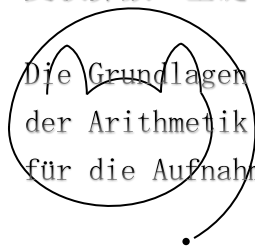
下のように整数が1から順に螺旋状に並んでいます。太線より右側に並んでいる数について、1を1列目、9、2、3を2列目、25、10、11、12、13を3列目…として、以下の問いに答えなさい。

⋮

	74	75	76	77	78	79	80	81	
	43	44	45	46	47	48	49	50	
	42	21	22	23	24	25	26	51	
	41	20	7	8	9	10	27	52	
...	40	19	6	1	2	11	28	53	...
	39	18	5	4	3	12	29	54	
	38	17	16	15	14	13	30	55	
	37	36	35	34	33	32	31	56	
	64	63	62	61	60	59	58	57	

⋮

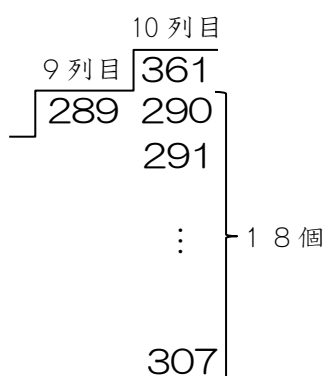
- (1) 3列目の一番上の数は25、一番下の数は13です。10列目の一番上の数と一番下の数をそれぞれ答えなさい。
- (2) 一番下の数が757の列に並ぶすべての数の和を求めなさい。
- (3) 一番下の数を82で割ると余りが1となる最初の列は1列目です、2、3、4番目の列は何列目ですか。



## 最難関問題

螺旋と階段の平方数表 (1) 361, 307 (2) 14224 (3) 22列目, 42列目, 63列目

(1) 下の図のようになります。10列目の一番上の数は、10番目の奇数である19を2個かけた平方数なので、 $19 \times 19 = 361$ です。また、10列目の一番下の数は、9列目の一番上の数である、 $17 \times 17 = 289$ から、 $19 - 1 = 18$ 進んだ数なので、 $289 + 18 = 307$ です。



(2) 757未満の整数の内では最も大きい奇数の平方数を探すと、 $29 \times 29 = 841$ 、 $27 \times 27 = 729$ より、729です。27は14番目の奇数なので、729は14列目の一番上の数、で、15列目の一番下の数が、 $729 + (29 - 1) = 757$ となります。15列目に並ぶ数の和は、 $841 + (730 + 757) \times 18 \div 2 = 14224$ です。

(3) 10列目の一番下の数は $17 \times 17 + 18$ 、15列目の一番下の数は、 $27 \times 27 + 28$ によって求めることができました。よって、各列の一番下の数は、 $\square$ を奇数として、 $\square \times \square + (\square + 1) = \square \times \square + \square \times 1 + 1 = \square \times (\square + 1) + 1$ と表すことができます。これが82で割って1余る数であるためには、 $\square \times (\square + 1)$ が82の倍数であればよいので、素因数分解をして $82 = 2 \times 41$ であることから、次の場合が条件を満たします。

$\square = 41$ で、 $41 \times (41 + 1)$ の場合。41は21番目の奇数なので、22列目。

$\square = 81$ で、 $81 \times (81 + 1)$ の場合。81は41番目の奇数なので、42列目。

$\square = 123$ で、 $123 \times (123 + 1)$ の場合。123は62番目の奇数なので、63列目。