

多角形の内部の点と領域分割

正多角形の内部に点をいくつか打ち、正多角形の頂点と内部の点を線分で結んで正多角形をいくつかの部分に分割します。図1では3個、図2では4個の部分に分割されています。図3のように、頂点か内側の点以外の位置で線分が交わることはできません。

図1

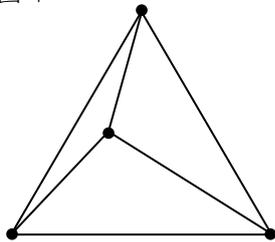


図2

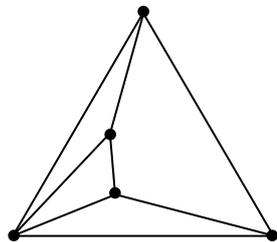
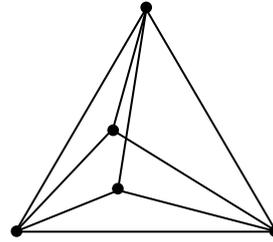


図3



- (1) 正三角形の内部に点を3個および4個打った場合、最も多くてそれぞれ何個の部分に分割できますか。
- (2) 正方形の内部に点を3個および4個打った場合、最も多くてそれぞれ何個の部分に分割できますか。
- (3) 正五十五角形の内部に点を100個打った場合、最も多くて何個の部分に分割できますか。



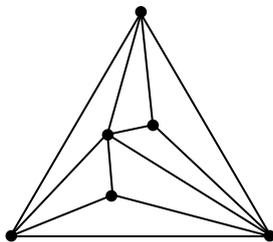
最難関問題

多角形の内部の点と領域分割 (1) 7個, 9個 (2) 8個, 10個 (3) 253個

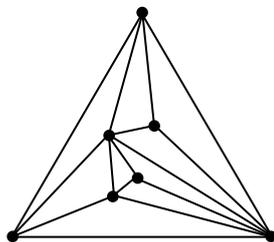
(1) 図①, ②のように, 点が3個の場合は7個の部分, 点が4個の場合は9個の部分に分割できます。

(2) 図③, ④のように, 点が3個の場合は8個の部分, 点が4個の場合は10個の部分に分割できます。

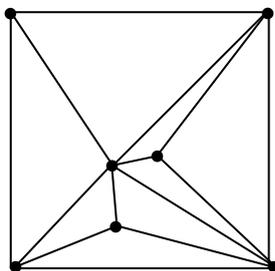
図①



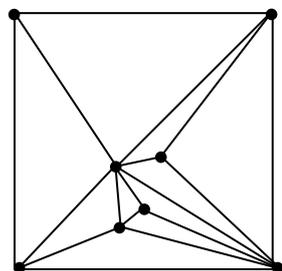
図②



図③

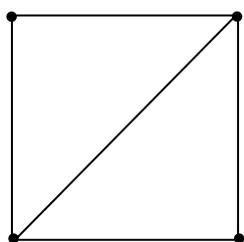


図④

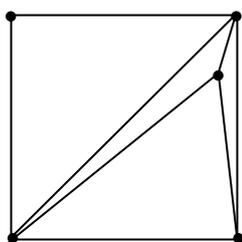


(3) 正方形を例にとると, 最多の分割は次のように考えることができます。

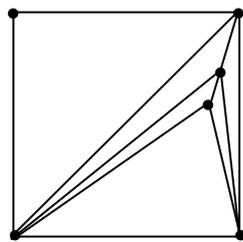
2分割



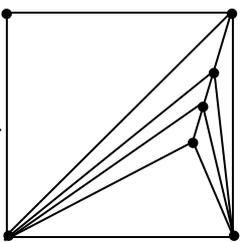
4分割



6分割



8分割



五五角形の場合, 内部点なしの場合は, $5 \times 5 - 2 = 53$ (個) の三角形に分割され, 以降は新しい点を三角形の内部に打つたびにその三角形が3つの部分に分かれることで, 部分の数は2個増えていきます。よって, $53 + 2 \times 100 = 253$ (個) です。