受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

じゃんけんの問題・手の組合せ

　太郎君は，じゃんけんで出す手について考えました。だれがどの手を出すのかは考えません。例えば，２人でじゃんけんをする場合，グー・チョキとチョキ・グーは区別しないので，手の出し方の合計はグー・グー，チョキ・チョキ，パー・パー，グー・チョキ，グー・パー，チョキ・パーの６通りとなります。そのうちであいこになるのはグー・グー，チョキ・チョキ，パー・パーの３通り，勝負がつくのはグー・チョキ，グー・パー，チョキ・パーの３通りです。次の問いに答えなさい。

（１）次の表の空欄(くうらん)をうめなさい。

人数(人)	2	3	4	5	6	１００
合計(通り)	6					
あいこ(通り)	3					
勝負がつく(通り)	3					

（２）あいこになるのが２８５３通りのとき，じゃんけんをする人数を答えなさい。

最難関問題

じゃんけんの問題・手の組合せ　（１）以下の表の通り　（２）７７人

人数(人)	２	３	４	５	６	１００
合計(通り)	６	１０	１５	２１	２８	５１５１
あいこ(通り)	３	６	９	１２	１５	２９７
勝負がつく(通り)	３	４	６	９	１３	４８５４

３人でじゃんけんをして全員が同じ手を出す場合はグー・グー・グー，チョキ・チョキ・チョキ，パー・パー・パーの３通りです。これを，３・０・０…３通りと表すことにします。

（１）

●３人の場合

合計

３・０・０…３通り，２・１・０…３×２×１＝６（通り），１・１・１…１通りより，３＋６＋１＝１０（通り）です。

勝負がつく

１人が勝つ場合も２人が勝つ場合も，グー・チョキ・パーのどれで勝つかで３通りですから，３×２＝６（通り）です。

あいこ

１０－６＝４（通り）と計算することもできますが，確認のために直接何通りかを求めておきましょう。あいこになるのは，３・０・０…３通り，１・１・１…１通りですから，３＋１＝４（通り）です。

最難関問題

●４人の場合

合計

４・０・０…３通り，３・１・０…６通り，２・２・０…３通り，２・１・１…３通りより，３×３＋６＝１５（通り）です。

勝負がつく

１人，２人，３人が勝ついずれの場合も，グー・チョキ・パーのどれで勝つかで３通りですから，３×３＝９（通り）です。

あいこ

４・０・０…３通り，２・１・１…３通りより，３＋３＝６（通り）です。１５－９＝６（通り）とも一致します。

●５人の場合

合計

５・０・０…３通り，４・１・０…６通り，３・２・０…６通り，３・１・１…３通り，２・２・１…３通りより，３×３＋６×２＝２１（通り）です。

勝負がつく

３×４＝１２（通り）です。

あいこ

５・０・０…３通り，３・１・１…３通り，２・２・１…３通りより，３×３＝９（通り）です。２１－１２＝９（通り）とも一致します。

●６人の場合

合計

６・０・０…３通り，５・１・０…６通り，４・２・０…６通り，４・１・１…３通り，３・３・０…３通り，３・２・１…６通り，２・２・２…１通りより，３×３＋６×３＋１＝２８（通り）です。

勝負がつく

３×５＝１５（通り）です。

あいこ

６・０・０…３通り，４・１・１…３通り，３・２・１…６通り，２・２・２…１通りより，３×２＋６＋１＝１３（通り）です。２８－１５＝１３（通り）とも一致します。

最難関問題

●１００人の場合

合計

　ここまで場合分けをして求めてきた値を見直すと，３人では１０通り，４人では１５通り，５人では２１通り，６人では２８通りとなっているので，規則に気づきやすいのではないでしょうか。

　・３人…１＋２＋３＋４＝１０（通り）
　・４人…１＋２＋３＋４＋５＝１５（通り）
　・５人…１＋２＋３＋４＋５＋６＝２１（通り）
　・６人…１＋２＋３＋４＋５＋６＋７＝２８（通り）

よって，１００人の場合は１＋２＋３＋４＋…＋１００＋１０１＝（１＋１０１）×１０１÷２＝５１５１（通り）です。

勝負がつく

　３×（１００－１）＝２９７（通り）です。

あいこ

　５１５１－２９７＝４８５４（通り）です。

以上より，次のようになります。

人数(人)	2	3	4	5	6	１００
合計(通り)	6	１０	１５	２１	２８	５１５１
あいこ(通り)	3	6	9	１２	１５	２９７
勝負がつく(通り)	3	4	6	9	１３	４８５４

最難関問題

（２）勝負がつく場合を直接求める方法を考えます。例および（１）で求めた２人から６人の場合を見直すと，いずれの場合も全員が同じ手を出す□・〇・〇…３通りは必ず含まれます。この３通りを除いて考えると，次のようになります。

人数(人)	2	3	4	5	6	１００
勝負がつく(通り)	3	4	6	9	１３	４８５４
３を引く(通り)	0	1	3	6	１０	４８５１

３通りを除いた値については，以下の規則性が成り立っています。

・２人…０通り

・３人…１通り

・４人…１＋２＝３（通り）

・５人…１＋２＋３＝６（通り）

・６人…１＋２＋３＋４＝１０（通り）

・１００人…１＋２＋３＋…＋９７＋９８＝（１＋９８）×９８÷２＝４８５１（通り）

よって，２８５３－３＝２８５０＝１＋２＋３＋…＋□＝（１＋□）×□÷２より，（１＋□）×□＝２８５０×２＝５７００となります。よって，□と（１＋□）という連続する２つの整数が５７００になる場合をさがします。７０×７０＝４９００，８０×８０＝６４００より７０から８０の間の数であることと，５７００が5の倍数であることから，７４×７５と７５×７６を計算してみます。

・７４×７５＝５５５０

・７５×７６＝５７００

こうして，□＝７５となります。人数はこれより２大きいので，７５＋２＝７７（人）です。