

最難関問題

2つの平方数表

下のように数を並べていきます。

1 段目… 1
2 段目… 2 3 6
3 段目… 9 8 7 14 19
4 段目… 10 11 12 13 20 33 40
5 段目… 25 24 23 22 21 32 41 60 69
6 段目… 26 27 28 29 30 31 42 59 70 95 106
…

- (1) 7 段目の左端の数と右端の数をそれぞれ求めなさい。
- (2) 1 3 段目の左端の数と右端の数をそれぞれ求めなさい。
- (3) 1 3 段目に並ぶ数の和を求めなさい。



最難関問題

2つの平方数表

- (1) 左端…4 9, 右端…1 5 1 (2) 左端…1 6 9, 右端…5 8 9 (3) 6 5 9 7

(1) この数表は、下のようにすべての整数を並べた数表の一部を切り抜いたものです。

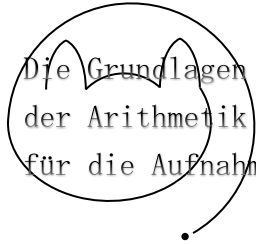
1 段目…	1	4	5	16	17	36	37	64	65	100	101
2 段目…	2	3	6	15	18	35	38	63	66	99	102
3 段目…	9	8	7	14	19	34	39	62	67	98	103
4 段目…	10	11	12	13	20	33	40	61	68	97	104
5 段目…	25	24	23	22	21	32	41	60	69	96	105
6 段目…	26	27	28	29	30	31	42	59	70	95	106

奇数段目の左端の数はその段数の平方数になっているので、7段目の左端は $7 \times 7 = 49$ です。各段の右端の数については、下のように偶数平方数との差で捉えることができます。

1 段目…	1	4	5	16	17	36	37	64	65	100	101
2 段目…	2	3	6	15	18	35	38	63	66	99	102
3 段目…	9	8	7	14	19	34	39	62	67	98	103
4 段目…	10	11	12	13	20	33	40	61	68	97	104
5 段目…	25	24	23	22	21	32	41	60	69	96	105
6 段目…	26	27	28	29	30	31	42	59	70	95	106

7段目の右端であれば、 $12 \times 12 + 7 = 151$ です。

(2) 13段目の左端は、 $13 \times 13 = 169$ 、右端は、 $24 \times 24 + 13 = 589$ です。



最難関問題

(3) 下のように各段を， $1, 2 \cdot 3, 9 \cdot 8 \cdot 7, 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13, \dots$ という連続する整数が並ぶ部分と残りの部分に分けて考えます。

1 段目	1	4	5	16	17	36	37	64	65	100	101
2 段目	2	3	6	15	18	35	38	63	66	99	102
3 段目	9	8	7	14	19	34	39	62	67	98	103
4 段目	10	11	12	13	20	33	40	61	68	97	104
5 段目	25	24	23	22	21	32	41	60	69	96	105
6 段目	26	27	28	29	30	31	42	59	70	95	106

連続する整数が並ぶ部分

奇数段目の場合は，3 段目で $3 \times 3 = 9$ から 3 個の整数が，5 段目で $5 \times 5 = 25$ から 5 個の整数が並ぶので，1 3 段目では $13 \times 13 = 169$ から， $169 - (13 - 1) = 157$ までの 13 個の整数が並びます。

残りの部分

3 段目と 5 段目に注目をする，3 段目の 14 と 19 は $16 - 2$ と $16 + 3$ なので，あわせて $16 \times 2 + 1$ です。5 段目では， $32 + 41 = 36 \times 2 + 1$ ， $60 + 69 = 64 \times 2 + 1$ となっています。同様に考えて，1 3 段目では 13 個の連続する整数が並んだ後の，左端から 14 ～ 25 番目の 12 個の数の和は， $14 \times 14 \times 2 + 1, 16 \times 16 \times 2 + 1, 18 \times 18 \times 2 + 1, 20 \times 20 \times 2 + 1, 22 \times 22 \times 2 + 1, 24 \times 24 \times 2 + 1$ の合計となります。

以上より，

$$(169 + 157) \times 13 \div 2$$

$$+ (14 \times 14 + 16 \times 16 + 18 \times 18 + 20 \times 20 + 22 \times 22 + 24 \times 24) \times 2 + 6$$

$$= 6597 \text{ です。}$$