

最難関問題

道のりの差のグラフ

図1の正六角形のマス目は、1辺1cmの正三角形を24個組みあわせたものです。2つの動く点P、Qが秒速1cmで6秒かけて、正三角形の辺の上を頂点AからBまで進みます。その際、同じ辺や頂点を通過することはできませんが、進む向きは正三角形の頂点に重なったときしか変えることができません。

以下の問題では、頂点AからBまで進む間の、PとQの間の道のりと時間の関係を考えます。例えば、図2の場合のPとQの間の道のりは、正三角形の辺の上でのPQ間の最短ルートの2cmになります。

図1

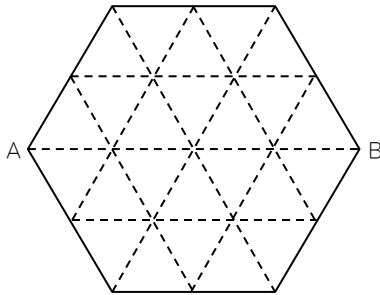
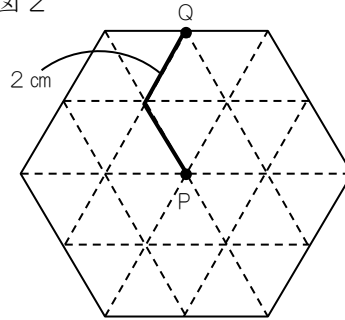
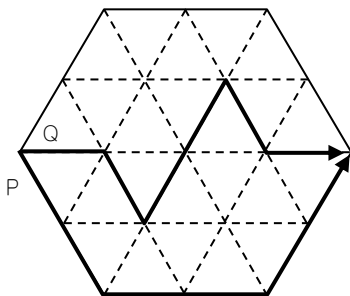


図2

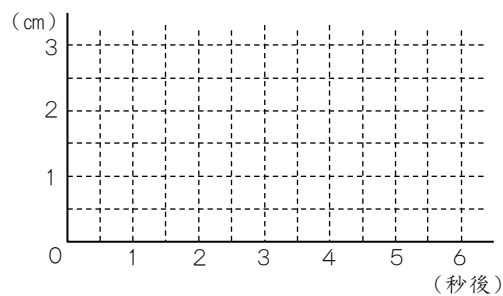


- (1) 2点P、Qが図3のように頂点AからBまで進む場合のPとQの間の道のりと時間の関係を、【解答らん】にグラフで表しなさい。

図3



【解答らん】



(問題は次のページに続きます)



最難関問題

(2) 点Pが最初の1秒間で図4のように動き、2点P, Qが頂点AからBまで進むときのPとQの間の道のりと時間の関係が、図5のグラフのようになりました。

図4

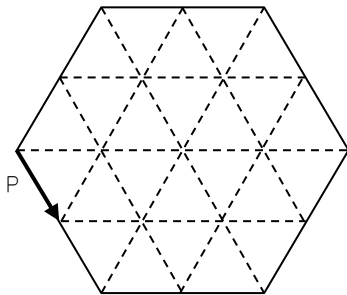
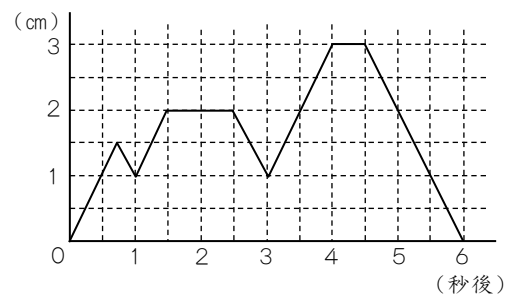
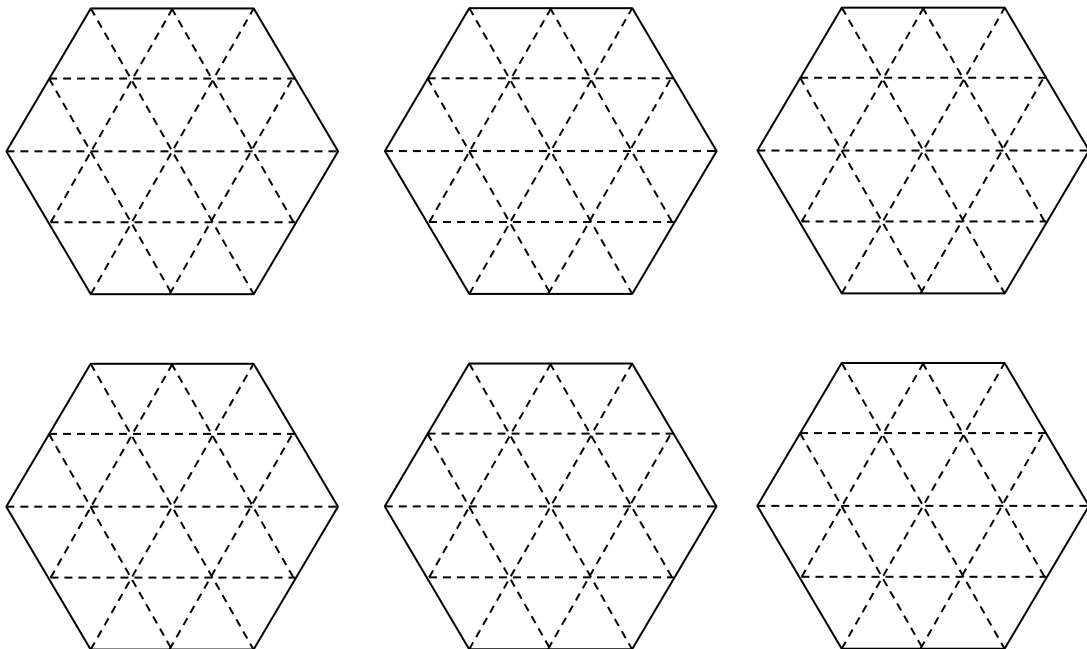


図5



2点P, Qが頂点AからBまでどのように進んだのかを、図3にならって【解答らん】にすべてかきなさい。解答らんはすべて使うとは限りません。

【解答らん】

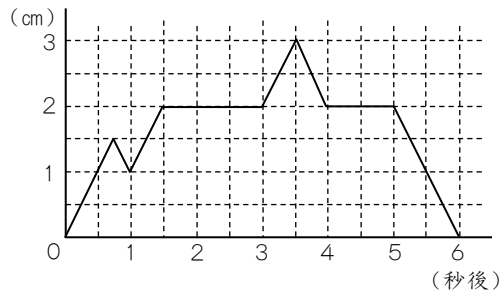


(問題は次のページに続きます)

最難関問題

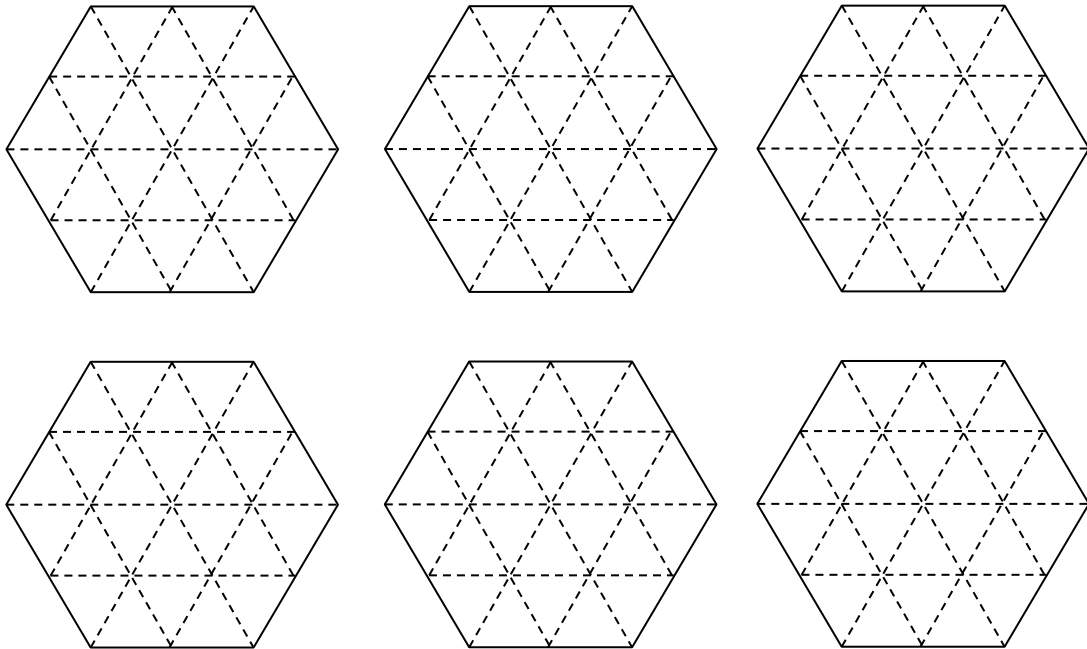
(3) 点Pが最初の1秒間で(2)の図4のように動き、2点P, Qが頂点AからBまで進むときのPとQの間の道のりと時間の関係が、図6のグラフのようになりました。

図6



2点P, Qが頂点AからBまでどのように進んだのかを、図3にならって【解答らん】にすべてかきなさい。解答らんはすべて使うとは限りません。

【解答らん】



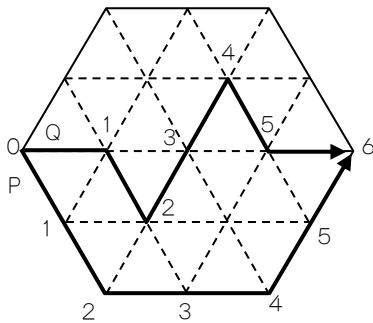
(問題は以上で終わりです)

最難関問題

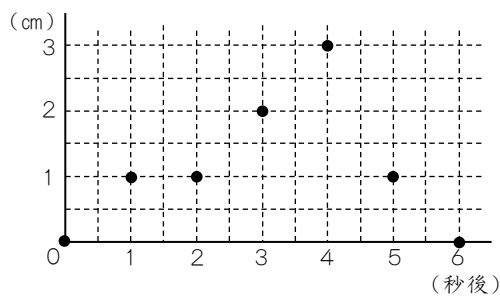
道のりの差のグラフ (1) 解説の図④参照 (2) 解説の図⑭, ⑮参照 (3) 解説の図⑳, ㉑参照

(1) 2点P, Qが正三角形の頂点に重なるのが出発してから何秒後かを書き込むと図①のようになり, そのときのPとQの間の道のりをグラフに表すと, 図②のようになります。

図①

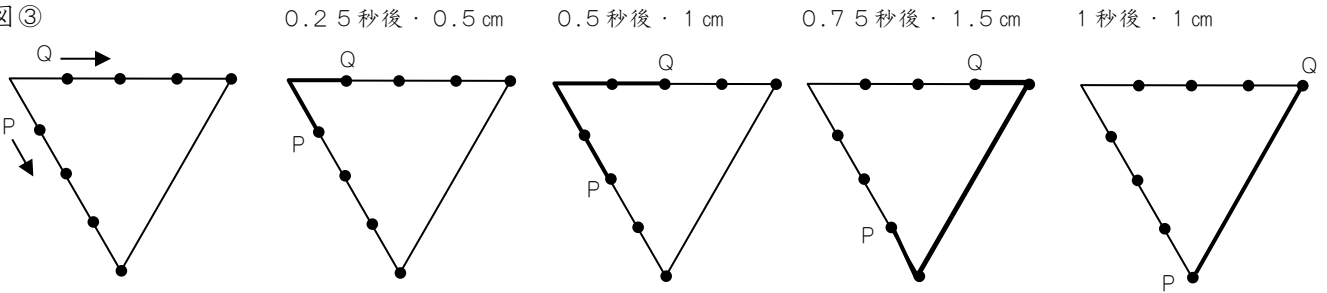


図②



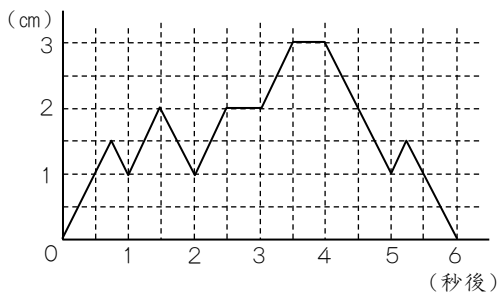
ただし, 図②の点を直線で結んでも, 正しいグラフにはなりません。例えば, 最初の1秒間の点PとQの位置と道のりを, 0.25秒ごとに表すと, 図③になります。

図③



こういった点に気を付けてグラフを完成させると, 図④になります。

図④



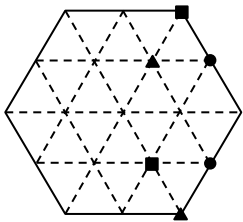
最難関問題

(2) 5秒後に2点は2cm離れているので、PとQの5秒後の位置は、図⑤の●です。また、4秒後に3cm

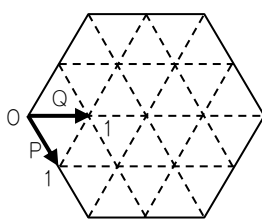
離れているので、PとQの4秒後の位置は、図⑤の▲か■です。このことを手掛かりに、PとQの動きを出発してから順に考えていきます。まず、最初の1秒間のPとQの動きは、図⑥でわかります。

次に1～2秒後のPの動きで場合分けをします。図⑦の場合、Pは4秒後に▲、■のいずれにも進むことができなくなるので、条件を満たしません。また、図⑧の場合は、Qがどのように動いても、2秒後にPとQの間の道のりが2cmになりません。図⑨の場合、4秒後に▲、■のどちらかに進むことを考えるとPの動きは矢印のようになりますが、3秒後にPから1cm離れたところにQがあって、4秒後に▲、■のもう一方に進むことはできないので、やはり条件を満たしません。

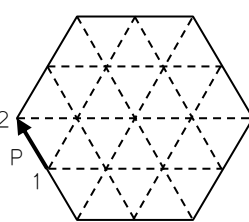
図⑤



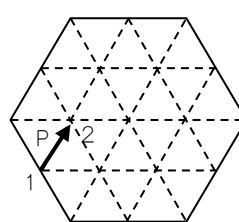
図⑥



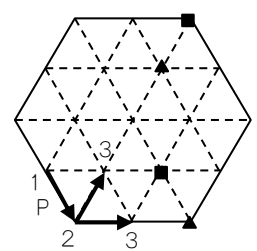
図⑦



図⑧

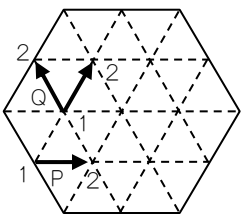


図⑨

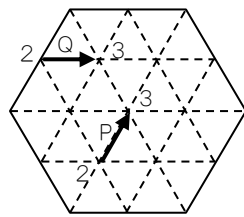


図⑩の場合、Qの動きは矢印の2通りが考えられます。左上に進んだ場合は、図⑪などがありますが、4秒後にPとQがどちらも▲か■に進むことはできません。右上に進んだ場合は、点PとQが頂点Bに対して対称な位置になるので、3秒後に上下対称な図⑫と⑬の動きを考えることができます。

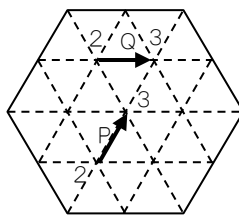
図⑩



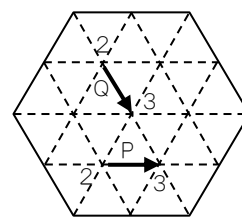
図⑪



図⑫

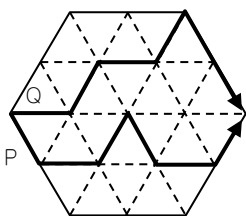


図⑬

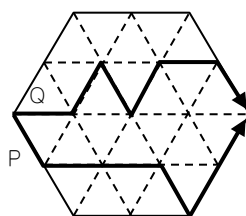


残りの進み方を考えて、図⑫は⑭、図⑬は⑮のようになり、この2つが答えとなります。

図⑭



図⑮

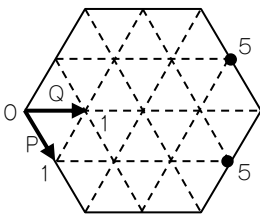


最難関問題

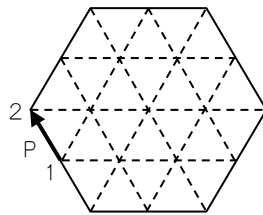
(3) (2) と同様に考えて、PとQの最初の1秒間の動きと、5秒後の位置は図⑬のようになります。

次に1～2秒後のPの動きで場合分けをします。図⑭の場合、Pは5秒後に●に進むことができなくなるので、条件を満たしません。また、図⑮の場合は、Qがどのように動いても、2秒後にPとQの間の道のりが2cmになりません。

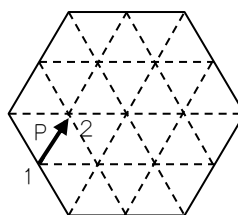
図⑬



図⑭

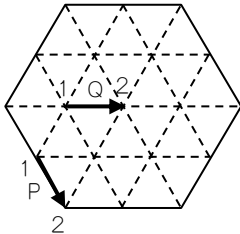


図⑮

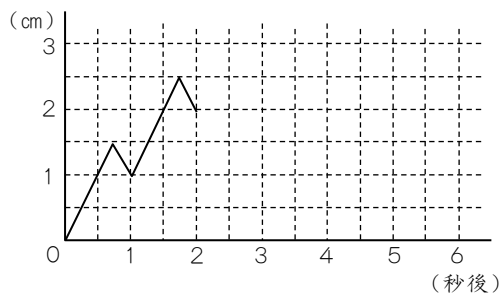


図⑯の場合、Qの動きは矢印のようにきまります。確かに2秒後にPとQの間の道のりは2cmになるのですが、途中の道のりの変化を考えると、図⑰のグラフのようになるため、条件を満たしません。よって、1～2秒後のPの動きは、図⑱のみとなり、5秒後に●の位置に進むことを考えると、Qの動きは矢印の2通りが考えられます。

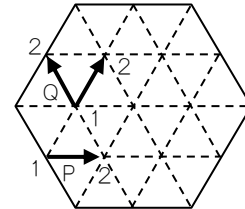
図⑯



図⑰

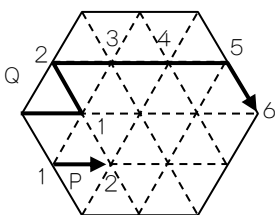


図⑱



図⑲において左上に進んだ場合のQの残りの動きは、図⑳できまります。この場合、2～3秒後にかけて、PとQの間の道のりがずっと2cmのままであるようなPの進む方がありません。

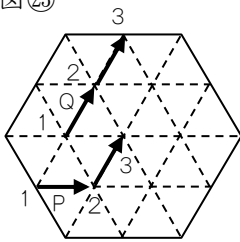
図⑳



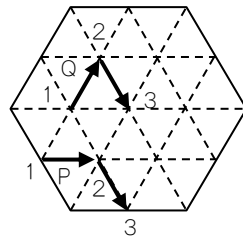
最難関問題

図⑳において点Qが右上に進んだ場合、(2)同様に点PとQが頂点Bに対して対称な位置になるので2～3秒後のPとQの動きは、上下対称な図㉓か㉔になります。残りもグラフの条件にあうように考えていくと、それぞれ図㉕、㉖となり、この2つが答えになります。

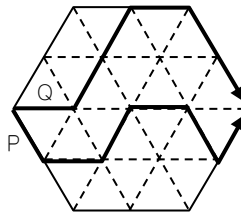
図㉓



図㉔



図㉕



図㉖

