受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

最小公倍数２０２５

次の問いに答えなさい。

（１）５つの異なる整数Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅがあり，どれも２０２５より小さい数です。
Ａ とＢの最小公倍数，ＢとＣの最小公倍数，ＣとＤの最小公倍数，ＤとＥの最小公倍数がいずれも２０２５のとき，ＡとＥの最大公約数として考えられるものをすべて答えなさい。

（２）最小公倍数が２０２５である，４つの異なる整数の組み合わせは何通りありますか。

受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

最小公倍数２０２５　（１）２５，７５，２２５　（２）７３０通り

（１）素因数分解をすると，２０２５＝３×３×３×３×５×５であることから，２つの２０２５ではない整数の最小公倍数が２０２５になるのは，一方が（ア），他方が（イ）の場合です。

（ア）３×３×３×３＝８１の倍数である，８１，８１×５，

（イ）５×５＝２５の倍数である，２５，２５×３，２５×３×３，２５×３×３×３

よって，Ａ，Ｃ，Ｅは（イ），Ｂ，Ｄは（ア）の整数です。ＡとＥの最大公約数は，

２５，２５×３＝７５，２５×３×３＝２２５のいずれかです。

（２）　$2025=\underbrace{3\times3\times3\times3}_{4個}\times\underbrace{5\times5}_{2個}$

より，２０２５の約数の個数は，（４＋１）×（２＋１）＝１５（個）あります。

　４つの整数のうち１つが２０２５の場合は，残り３つの整数は２０２５のどの約数でもよいので，

組み合わせは，$\dfrac{14\times13\times12}{3\times2\times1}$＝３６４（通り）です。

４つの整数に２０２５が含まれない場合は，２０２５＝３×３×３×３×５×５であることから，

（ア）３×３×３×３＝８１の倍数である，８１，８１×５，

（イ）５×５＝２５の倍数である，２５，２５×３，２５×３×３，２５×３×３×３，

の両方が４つの整数に含まれれば，最小公倍数が２０２５になります。（ア）は２個，（イ）は４個，その他の２０２５の約数は８個あるので，

（ア）　（イ）　その他

１個　１個　２個　…　$2\times4\times\dfrac{8\times7}{2\times1}$＝２２４（通り），

１個　２個　１個　…　$2\times\dfrac{4\times3}{2\times1}\times8$＝９６（通り），

１個　３個　０個　…　$2\times\dfrac{4\times3\times2}{3\times2\times1}$＝８（通り）

２個　１個　１個　…　１×４×８＝３２（通り），

２個　２個　０個　…　$1\times\dfrac{4\times3}{2\times1}$＝６（通り），となって，

２２４＋９６＋８＋３２＋６＝３６６（通り），３６４＋３６６＝７３０（通り）です。