

最難関問題

立体の外部平行移動

下の図のように、底面が1辺12cmの正方形で、高さが12cmの四角すいの積み木があります。四角すいの積み木の底面と、1辺が3cmの立方体の積み木の1つの面を、正方形の辺どうしが平行になるようにつけます。この状態から、立方体の積み木が向きを変えることなく、四角すいの積み木の表面を図2のように動き回るとき、積み木が通過することができる部分の体積を求めなさい。ただし、「表面を動き回る」とは、2つの積み木が離れることなく、少なくとも1点では接していることを意味します。

図1

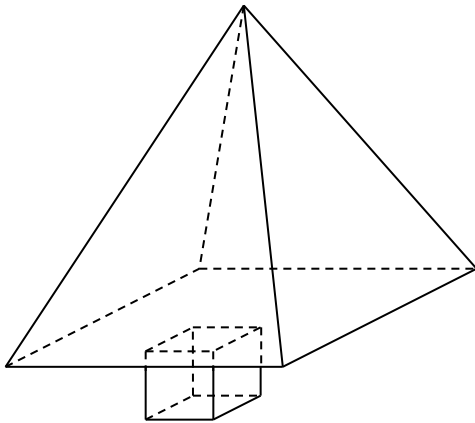
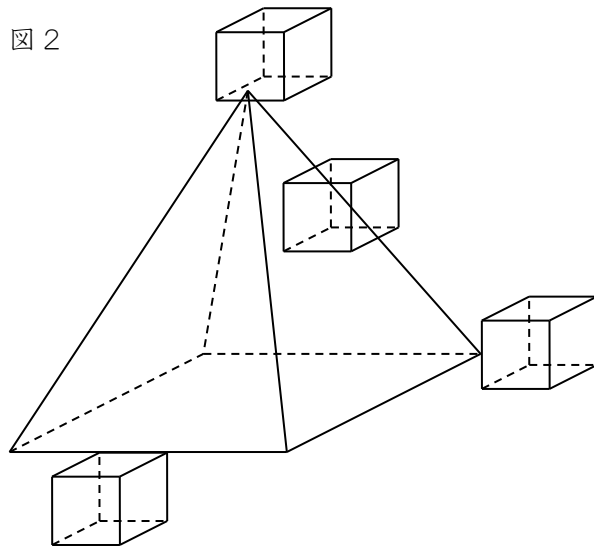


図2

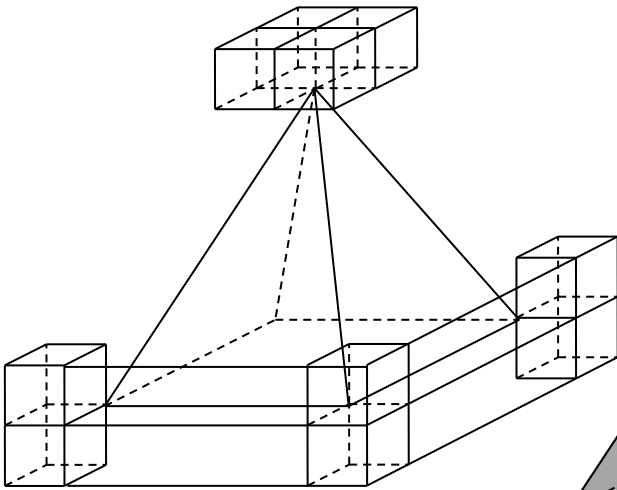


最難関問題

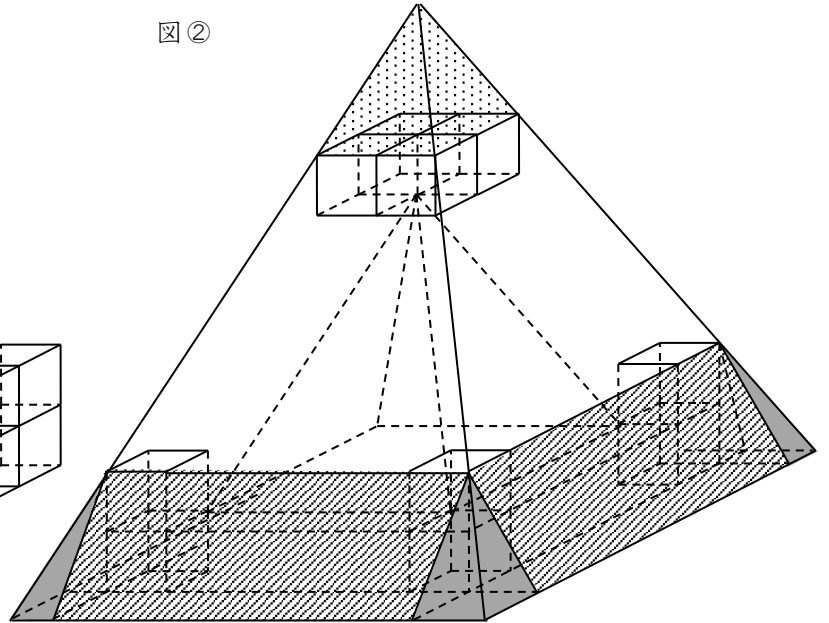
立体の外部平行移動 3240 cm³

立方体の積み木は、図①のように四角すいの積み木の表面を動き回ります。通過したあとは、図②のような大きな四角すいから、色をつけた部分ともとの四角すいの積み木を除いた立体になります。

図①



図②



あみ目部分の四角すい

$$6 \times 6 \times 6 \times \frac{1}{3} = 72 \text{ (cm}^3\text{)} \text{ です。}$$

かげの部分の四角すい

4つあわせると、あみ目部分の四角すいと合同になるので、72 cm³です。

斜線部分の三角柱

$$6 \times 3 \times \frac{1}{2} \times 18 \times 4 = 648 \text{ (cm}^3\text{)} \text{ です。}$$

四角すいの容器の容積は、 $12 \times 12 \times 12 \times \frac{1}{3} = 576 \text{ (cm}^3\text{)}$ 、大きな四角すいの体積は、

$$24 \times 24 \times 24 \times \frac{1}{3} = 4608 \text{ (cm}^3\text{)} \text{ なので、}$$

$$4608 - (72 \times 2 + 648 + 576) = 3240 \text{ (cm}^3\text{)} \text{ です。}$$