

正六角形内の正三角形の個数

1 cmごとに辺と平行な直線が引いてある正六角形の中に、正三角形がいくつあるかを数えます。

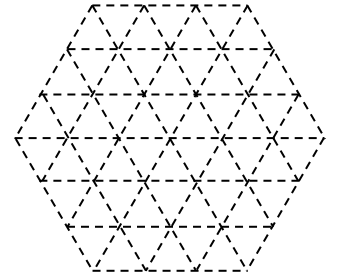
右図の1辺3 cmの正六角形の場合、

1辺1 cmの正三角形が54個、

1辺2 cmの正三角形が36個、

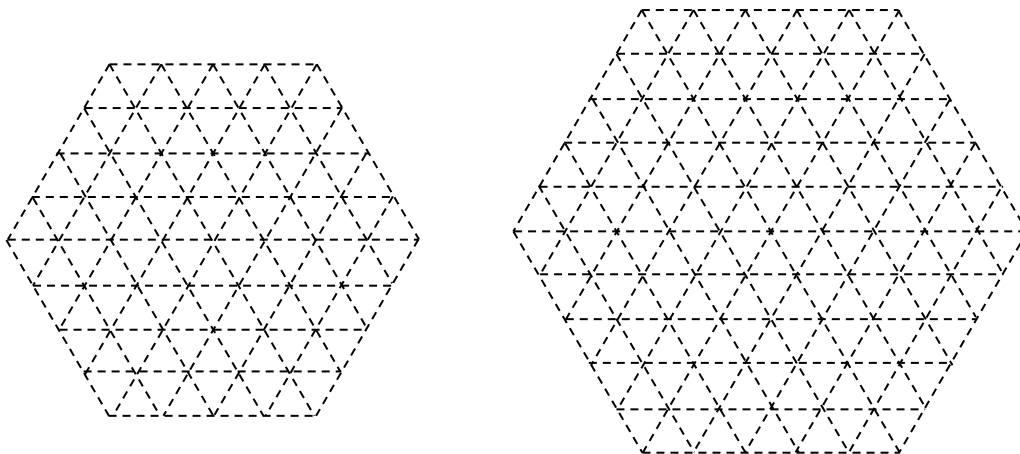
1辺3 cmの正三角形が20個、

1辺4 cmの正三角形が6個、あわせて116個の正三角形があります。



(1) 1辺4 cmの正六角形には、正三角形が何個ありますか。

(2) 1辺5 cmの正六角形には、正三角形が何個ありますか。



(3) 1辺9 cmの正六角形には、正三角形が何個ありますか。

正六角形内の正三角形の個数 (1) 262個 (2) 496個 (3) 2738個

(1) 上向きと下向きの正三角形の個数は等しいので、上向きの個数だけを求めて最後に2倍します。

1辺1cmの正三角形…上の段から順に、 $5 + 6 + 7 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4$

1辺2cmの正三角形…上の段から順に、 $5 + 6 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3$

1辺3cmの正三角形…上の段から順に、 $5 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2$

1辺4cmの正三角形…上の段から順に、 $5 + 4 + 3 + 2 + 1$

1辺5cmの正三角形…上の段から順に、 $3 + 2 + 1$

1辺6cmの正三角形…上の段から順に、 1

以上の合計を2倍して、262個です。

(2) (1)と同様に求めます。

1辺1cmの正三角形…上の段から順に、 $6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5$

1辺2cmの正三角形…上の段から順に、 $6 + 7 + 8 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4$

1辺3cmの正三角形…上の段から順に、 $6 + 7 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3$

1辺4cmの正三角形…上の段から順に、 $6 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2$

1辺5cmの正三角形…上の段から順に、 $6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$

1辺6cmの正三角形…上の段から順に、 $4 + 3 + 2 + 1$

1辺7cmの正三角形…上の段から順に、 $2 + 1$

以上の合計を2倍して、496個です。

(3) (2) まででわかってきた規則性を利用して、数えることなく求めます。

1 辺 1 cm の正三角形…上の段から順に, $10 \rightarrow 18 \rightarrow 9$

1 辺 2 cm の正三角形…上の段から順に, $10 \rightarrow 17 \rightarrow 8$

1 辺 3 cm の正三角形…上の段から順に, $10 \rightarrow 16 \rightarrow 7$

1 辺 4 cm の正三角形…上の段から順に, $10 \rightarrow 15 \rightarrow 6$

1 辺 5 cm の正三角形…上の段から順に, $10 \rightarrow 14 \rightarrow 5$

1 辺 6 cm の正三角形…上の段から順に, $10 \rightarrow 13 \rightarrow 4$

1 辺 7 cm の正三角形…上の段から順に, $10 \rightarrow 12 \rightarrow 3$

1 辺 8 cm の正三角形…上の段から順に, $10 \rightarrow 11 \rightarrow 2$

1 辺 9 cm の正三角形…上の段から順に, $10 \rightarrow 1$

1 辺 10 cm の正三角形…上の段から順に, $8 \rightarrow 1$

1 辺 11 cm の正三角形…上の段から順に, $6 \rightarrow 1$

1 辺 12 cm の正三角形…上の段から順に, $4 \rightarrow 1$

1 辺 13 cm の正三角形…上の段から順に, $2 \rightarrow 1$

以上の合計を 2 倍して, 2738 個です。