



## 最難関問題

根基6, 15の整数の和

素因数分解をしたときに素数の2と3が1個以上現れ, それ以外の素数が現れない整数を,  $2 \times 3 = 6$ より, 根基が6の整数といいます。以下では, 根基が6の整数と根基が15の整数を1つずつ加えた和について考えます。

- (1) 和が243となる, 根基6の整数と根基15の整数の組み合わせをすべて答えなさい。
- (2) 和が1863となる, 根基6の整数と根基15の整数の組み合わせをすべて答えなさい。

## 最難関問題

根基6, 15の整数の和

(1) (18, 225), (108, 135)

(2) (1728, 135), (648, 1215), (1458, 405)

(1) 解説省略

(2) 根基6の整数は $3 \times \dots \times 3 \times 2 \times \dots \times 2$ , 根基15の整数は $3 \times \dots \times 3 \times 5 \times \dots \times 5$ なので, その和は以下の3通りのいずれかの形になります。

$$3 \times \dots \times 3 \times (2 \times \dots \times 2 + 3 \times \dots \times 3 \times 5 \times \dots \times 5),$$

$$3 \times \dots \times 3 \times (3 \times \dots \times 3 \times 2 \times \dots \times 2 + 5 \times \dots \times 5),$$

$$3 \times \dots \times 3 \times (2 \times \dots \times 2 + 5 \times \dots \times 5)$$

よって, 1863を上の上のいずれかの形で表せるかどうかを考えます。

$$1863 = 3 \times 621$$

621を上の上の( )のいずれかの形で表すことはできません。

$$1863 = 9 \times 207$$

207を上の上の( )のいずれかの形で表すことはできません。

$$1863 = 27 \times 69$$

$69 = 64 + 5$ なので,  $1863 = 27 \times (64 + 5)$ より,

$27 \times 64 = 1728$ と,  $27 \times 5 = 135$ の組み合わせが条件を満たします。

$$1863 = 81 \times 23$$

$23 = 8 + 15$ なので,  $1863 = 81 \times (8 + 15)$ より,

$81 \times 8 = 648$ と,  $81 \times 15 = 1215$ の組み合わせが条件を満たします。

また,  $23 = 18 + 5$ なので,  $1863 = 81 \times (18 + 5)$ より,

$81 \times 18 = 1458$ と,  $81 \times 5 = 405$ の組み合わせが条件を満たします。

以上より, (1728, 135), (648, 1215), (1458, 405) が答えとなります。