



最難関問題

正六角形の模様 (最難関)

図1のように正六角形を6等分し、それぞれの部分に色をぬります。^{とな}隣り合う部分を同じ色でぬってもかまいません。図2と図3は回転させると重なるので、同じぬり方とします。

図1

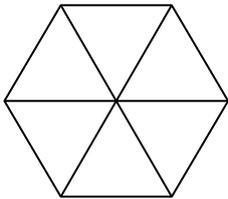


図2

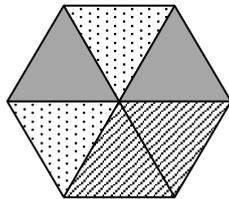
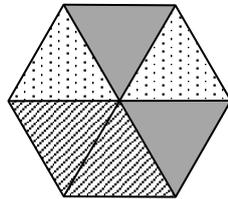


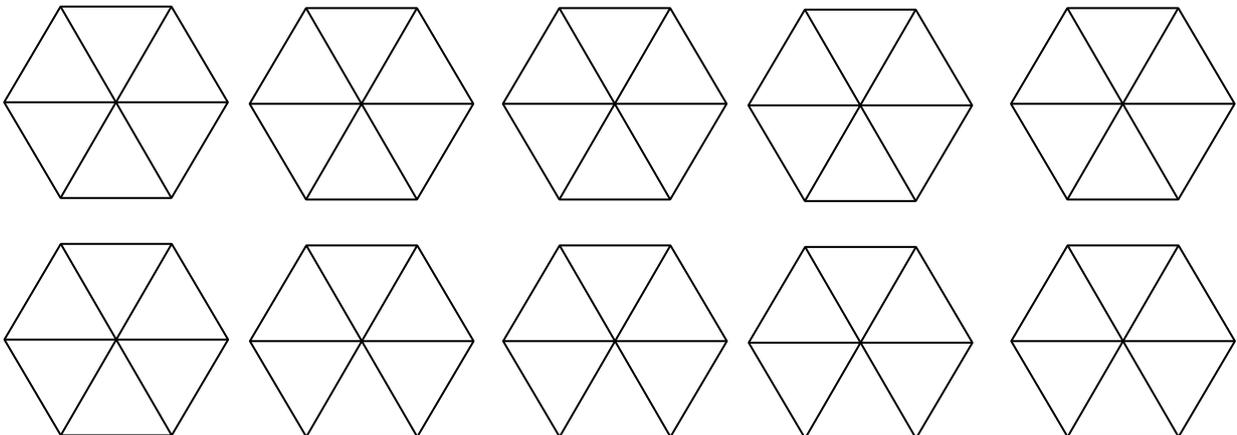
図3



(1) 赤と青の2色でぬる方法は何通りありますか。

(問題は次のページに続きます)

【練習用】



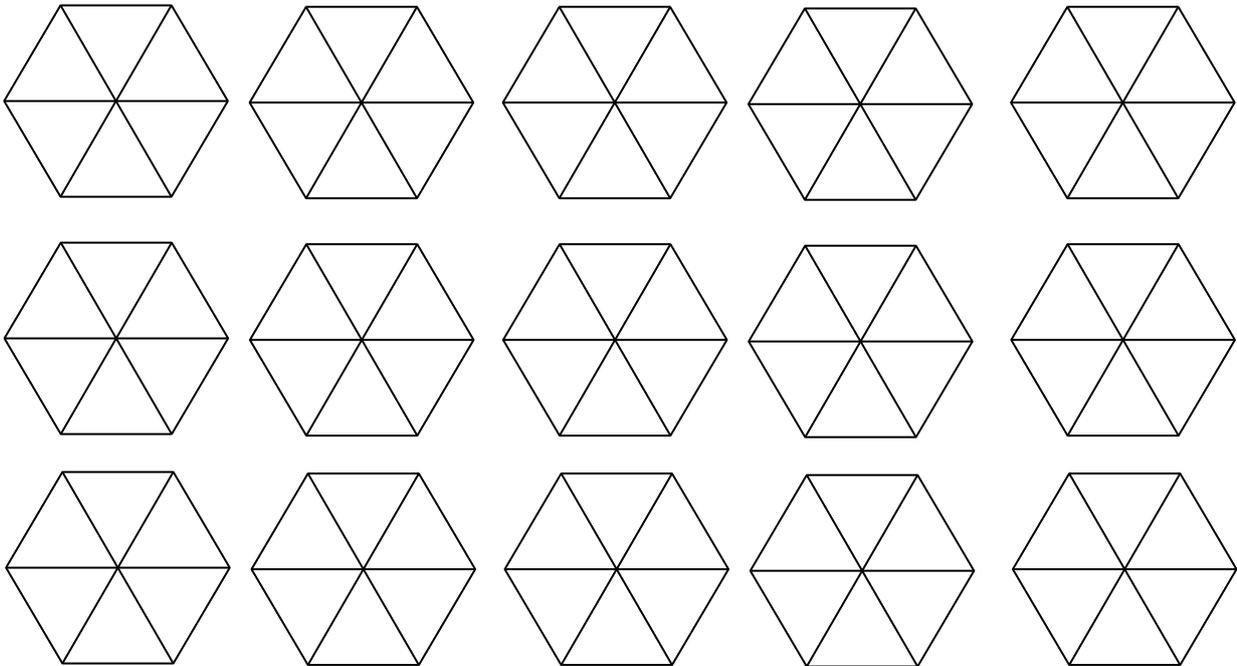
最難関問題

(2) 赤, 青, 黄, 緑の4色でぬります。

① 1つの色で3か所, 残り3つの色で1か所ずつぬる方法は何通りありますか

② 全部で何通りのぬり方がありますか。

【練習用】



最難関問題

正六角形の模様（最難関） (1) 12通り (2) ①80通り ②260通り

(1)

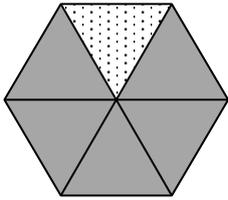
5・1（5か所と1か所）の場合

図①のぬり方になります。赤と青の入れかえで、2通りです。

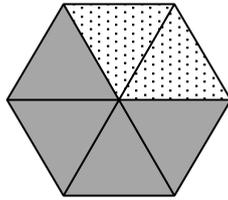
4・2の場合

図②～④のぬり方になります。それぞれ2通りなので、 $2 \times 3 = 6$ （通り）です。

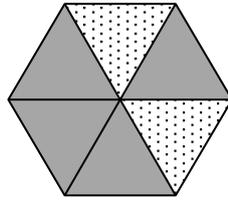
図①



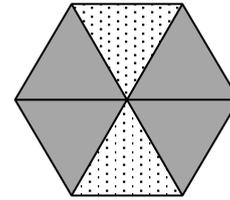
図②



図③



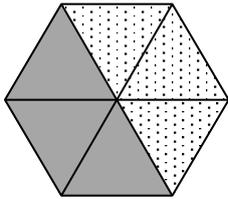
図④



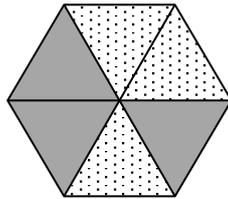
3・3の場合

図⑤～⑦のぬり方になります。図⑤と⑦は赤と青を入れかえても回転させると重なりますが、図⑥は入れかえると重なりません。よって、 $1 \times 2 + 2 = 4$ （通り）です。

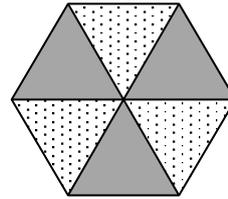
図⑤



図⑥



図⑦



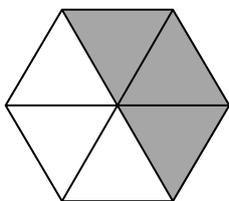
以上より、 $2 + 6 + 4 = 12$ （通り）です。

最難関問題

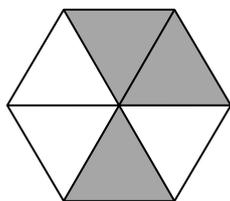
(2)

① 3か所のぬり方は、図⑧～⑪の4パターンがあります。赤で3か所をぬったと考えると、図⑧～⑩では、残りの3か所のぬり方が $3 \times 2 \times 1 = 6$ (通り) です。図⑪では、時計回りに青・黄・緑と青・緑・黄の2通りのぬり方があります。よって、 $6 \times 3 + 2 = 20$ (通り)、3か所ぬる色は赤でなくてもよいので、 $20 \times 4 = 80$ (通り) です。

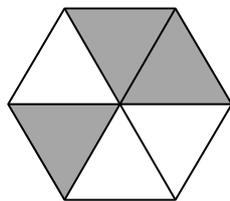
図⑧



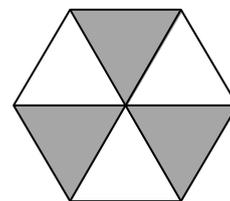
図⑨



図⑩



図⑪



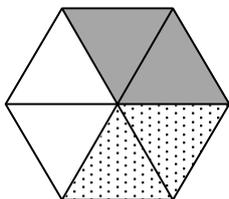
② ①で $3 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$ のぬり方が80通りであることを求めました。残るは、 $2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1$ のぬり方です。

図⑫, ⑬は2か所ぬる色がそれぞれつながっている場合です。図⑫は $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (通り)、

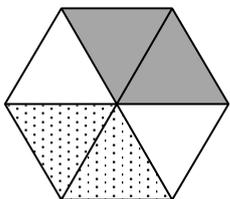
図⑬は $\frac{4 \times 3}{2 \times 1} \times 2 \times 1 = 12$ (通り)、合わせて $24 + 12 = 36$ (通り) です。

図⑭～⑯は2か所ぬる色の一方のみがつながっている場合です。どれも $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (通り) なので、合わせて $24 \times 3 = 72$ (通り) です。

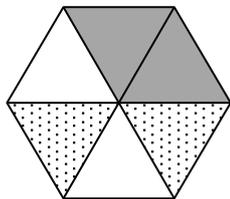
図⑫



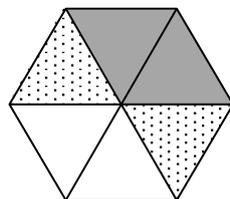
図⑬



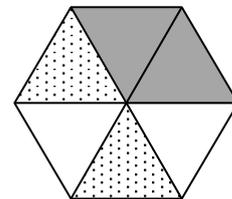
図⑭



図⑮



図⑯

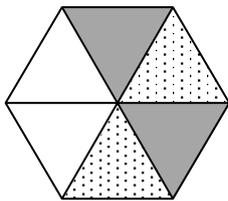


最難関問題

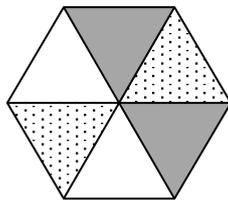
図⑰～⑳は2か所ぬる色がどちらもばらけている場合です。図⑰, ⑱は

$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (通り), 図⑲は $\frac{4 \times 3}{2 \times 1} \times 2 \times 1 = 12$ (通り), 図⑳は $4 \times 3 \times 1 = 12$ (通り),
合わせて $(24 + 12) \times 2 = 72$ (通り) です。

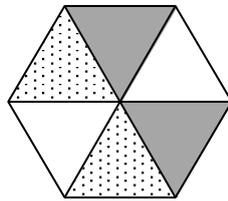
図⑰



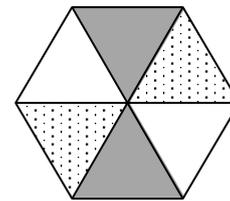
図⑱



図⑲



図⑳



以上より, $2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1$ は $36 + 72 \times 2 = 180$ (通り) で, $3 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$ の 80 通りと合わせて, $80 + 180 = 260$ (通り) です。