

受験算数の基礎



最難関問題

対数数表の問題

図1のように整数を1から順に並べていきます。たとえば、5は2段目の左から2番目の数です。次に、図2のように、1に○をつけ、1マス空けて3に○をつけ、3マス空けて7に○をつけ、…というように○をつけていきます。

図1

1段目	1	2	3																	
2段目	4	5	6	7	8	9														
3段目	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21								
4段目	22	23	...																	
	⋮																			

図2

3マス	○	2	○	3																
	4	5	6	○	7	8	9													
	10	11	12	13	14	○	15	16	17	18	19	20	21							
	22	23	...																	
	⋮																			

- (1) ○がついた数のうちで、小さいほうから7番目の数を答えなさい。
- (2) ○がついた数のうちで、小さいほうから10番目の数は、何段目の左から何番目に並んでいますか。
- (3) ○がついた数のうちで、小さいほうから1000番目の数は、何段目に並んでいますか。



対数数表の問題 (1) 1 2 7 (2) 9段目の左から2 5 8番目 (3) 9 9 9段目

(1) 1 5から続けると, $15 \times 2 + 1 = 31$, $31 \times 2 + 1 = 63$, $63 \times 2 + 1 = 127$, $127 \times 2 + 1 = 255$, ...となるので, 1 2 7です。

(2) 解説省略...利用できる規則性が多種多様なので。(3) 段階で意図している解法にたどり着けばよいと考えています。

(3) 1, 3, 7, 15, 31, 127, 255, ...という○がつく数は, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, ...という2をいくつかかけ算することでできる数(2の累乗数)よりも1小さい数になっています。というのも, 例えば,

$$(2 \times 2 \times 2 - 1) \times 2 + 1 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 - 2 + 1 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 - 1,$$

となって, 2の累乗数より1小さい数に $\times 2 + 1$ をすると, やはり2の累乗数より1小さい数になるからです。よって, 数表における2の累乗数の配置を考えればよいことがわかります。



最難関問題

次に、数表の左から3番目の列に注目します。数表は1段目が3マス、2段目が6マス、3段目が12マス、というようにマス数が2倍になっていくので、図①のように左から3番目の列は、 $3, 3 + 3 = 6, 6 + 6 = 12, 12 + 12 = 24, \dots$ と、毎回2倍の数になっていきます。言い換えると、 $3 \times 1, 3 \times 2, 3 \times 2 \times 2, 3 \times 2 \times 2 \times 2, \dots$ という、 (3×2) の累乗数になっています。

今度は、数表の各段の一番右の数に注目します。図②のように、 $3, 3 + 6 = 9, 3 + 6 + 12 = 21, \dots$ となるので、 $3 \times 1, 3 \times (1 + 2), 3 \times (1 + 2 + 4), \dots$ という数が各段の一番右に並んでいます。 $1 = 1, 1 + 2 = 3, 1 + 2 + 4 = 7, \dots$ は2の累乗数より1小さい数です。

最後に、図③のように8以上の2の累乗数の配置を考えます。

図①

1	2	3																	
4	5	6	7	8	9														
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21								
22	23	24	...																
⋮																			

図②

1	2	3																	
4	5	6	7	8	9														
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21								
22	23	24	...																
⋮																			

図③

1	2	3																	
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43
⋮																			

1 段目	2 段目	3 段目	4 段目	...
3×1	3×2	3×4	3×8	...
3×1	3×3	3×7	3×15	...
	4×2	4×4	4×8	...

図③の、8以上の2の累乗数は、図①の3列目の数と図②の一番右に並ぶ数の間に毎回ちょうど入るので、2の累乗数の1000番目は、999段目に並びます。○がついた1000番目の数はその1つ左に並ぶので、やはり999段目に並びます。