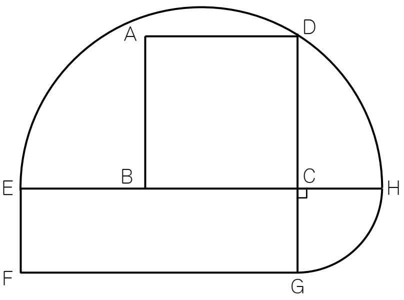
受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

長方形と正方形の面積の関係

図は，正方形ＡＢＣＤ，長方形ＥＦＧＣに，四分円ＣＧＨとＥＨを直径とする半円を組みあわせたものです。長方形の辺ＥＣの長さは辺ＥＦの長さより長く，正方形の頂点Ｄは半円の弧と重なっています。円周率は３.１４とし，辺ＡＢ，ＥＦ，ＥＣの長さは㎝の単位で整数です。以下の問いに答えなさい。



（１）正方形ＡＢＣＤの面積が１８㎝^{2}のとき，長方形ＥＦＧＣの辺ＥＣの長さとして考えられるものをすべて答えなさい。

（２）ＥＣの長さが７２㎝のとき，正方形ＡＢＣＤの辺ＡＢの長さとして考えられるものをすべて答えなさい。

（３）ＥＣの長さが$\boxed{\text{ア}}$㎝のとき，正方形ＡＢＣＤの辺ＡＢの長さは$\boxed{\text{イ}}$㎝です。
$\boxed{\text{イ}}$にあてはまる整数がちょうど１０個あるときの，$\boxed{\text{ア}}$にあてはまる整数を小さい順に５つ答えなさい。

最難関問題

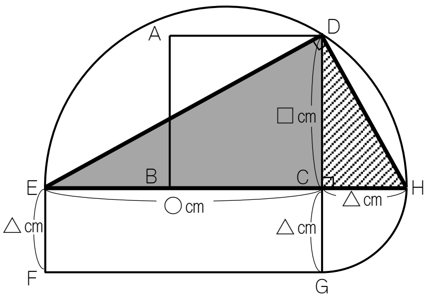
長方形と正方形の面積の関係

（１）６㎝，９㎝，１８㎝　（２）１２㎝，２４㎝，３６㎝，４８㎝，６０㎝

（３）１２１㎝，２４２㎝，３６３㎝，６０５㎝，７２６㎝

（１）図①のように相似な直角三角形ＥＨＤ，ＥＣＤ，ＣＨＤを考えると，〇：□＝□：△なので，□×□＝〇×△が成り立つことから，正方形ＡＢＣＤと長方形ＥＦＧＣの面積は等しくなります。長方形ＥＦＧＣの面積は１８㎝^{2}であることから，(〇，△）＝（１８，１），(９，２），(６，３）となって，辺ＥＣの長さとして考えられるものは６㎝，９㎝，１８㎝です。

図①



（２）７２×ＥＦ＝ＡＢ×ＡＢなので，７２×ＥＦは平方数です。７２＝２×（６×６）であることから，ＥＦ＝２×（□×□）で，このときＡＢ＝２×６×□です。ＥＦ＜７２より，□＝１，２，３，４，５なので，ＡＢ＝１２，２４，３６，４８，６０です。

（３）（２）では，ＥＣ＝２×（６×６），ＥＦ＝２×（□×□）でＥＦ＜ＥＣより，□＝１～５となり，ＡＢ＝１２×（１～５）の５通りとなっています。よって，１０通りになるのは，ＥＣ＝△×（１１×１１）で，ＥＦ＝△×（１～１０），ＡＢ＝１１×△×（１～１０）の場合です。ただし，△には４や８や９のような，１以外の平方数やその倍数は入りません。よって，△＝１，２，３，５，６の場合を求めて，１×１１×１１＝１２１，２×１１×１１＝２４２，３×１１×１１＝３６３，５×１１×１１＝６０５，６×１１×１１＝７２６です。