

最難関問題

正八面体の投影と切断面

図1のような1辺の長さが6 cmの正八面体 $ABCDEF$ において、●は辺を2等分しています。面 DEF を床につけて正八面体を真上から見ると、●を順に結んでいくことでできる図形は図2のような正六角形になります。次の問いに答えなさい。

図1

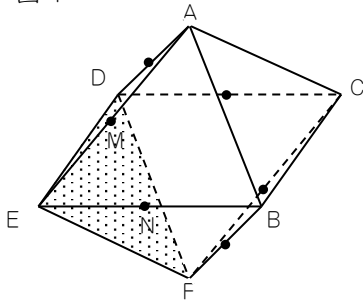
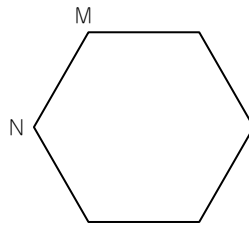


図2



- (1) 図2に、正八面体の6個の頂点と12本の辺をすべてかきこみなさい。(定規やコンパスは必要ありませんが、できるだけいねいにかきこみなさい。)

次に、床に対して垂直で、辺 BC と平行な平面によって、正八面体 $ABCDEF$ を切断します。

- (2) 平面が BD と CE の交わる点 O を通過するとき、切断面は図3のようになりました。○印のついた辺の長さはそれぞれ等しくなっています。○印のついた辺の長さを求めなさい。また、△印のついた辺を1辺とする正三角形の面積は、1辺の長さが1 cmの正三角形の面積の何倍ですか。
- (3) 平面が辺 BC を通過するとき、切断面は図4のような等脚台形になりました。□印のついた辺の長さを求めなさい。また、☆印のついた辺を1辺とする正三角形の面積は、1辺の長さが1 cmの正三角形の面積の何倍ですか。

図3

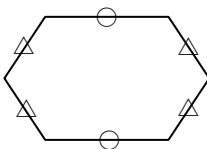
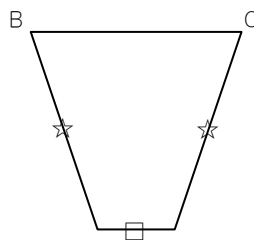


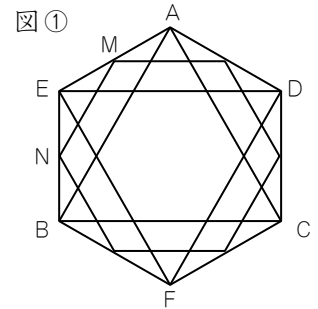
図4



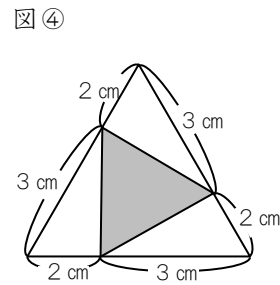
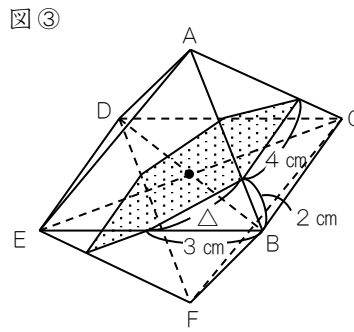
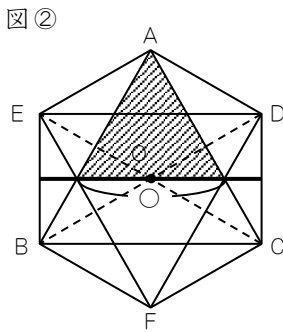
最難関問題

正八面体の投影と切断面 (1) 図①参照 (2) ○…4 cm, △…7倍 (3) □…2 cm, ☆…28倍

(1) 図①のように、正六角形と正三角形を組み合わせた形になります。



(2) 床に対して垂直で、辺BCと平行で点Oを通過する平面は、真上から見ると、図②の太線で表されます。○印の辺は、面ABCおよび面DEF上にあるので、斜線部分の正三角形の1辺の長さを求めて、4 cmです。見取り図において切断面は図③のようになります。よって、△印の辺を1辺とする正三角形は図④の影をつけた三角形となるので、1辺が1 cmの正三角形の面積の、 $5 \times 5 - 3 \times 2 \times 3 = 7$ (倍) です。



(3) 床に対して垂直で、辺BCを通過する平面は、真上から見ると、図⑤の太線で表されます。□印の辺は、面DEF上にあるので、斜線部分の正三角形の1辺の長さを求めて、2 cmです。見取り図において切断面は図⑥のようになります。よって、△印の辺を1辺とする正三角形は図⑦の影をつけた三角形となるので、1辺が1 cmの正三角形の面積の、 $8 \times 8 - 6 \times 2 \times 3 = 28$ (倍) です。

