最難関問題

２０２５２０２５の分割と和

２０２５２０２５２０２５のように，２０２５をいくつか並べた数の，数字と数字の間に１つ＋を入れて，和を求めます。例えば２０２５の場合は次のようになります。

$\boxed{2}\ \boxed{0}\ \boxed{2}\ \boxed{5}$

$\boxed{+}$

$\boxed{2}\ \boxed{+}\ \boxed{0}\ \boxed{2}\ \boxed{5}$ の場合，０２５は２５であると考えて，２＋２５＝２７です。

$\boxed{2}\ \boxed{0}\ \boxed{+}\ \boxed{2}\ \boxed{5}$ の場合，２０＋２５＝４５です。

$\boxed{2}\ \boxed{0}\ \boxed{2}\ \boxed{+}\ \boxed{5}$ の場合，２０２＋５＝２０７です。

以上の和の合計，２７＋４５＋２０７＝２７９のことを，「２０２５の分割和」とよぶことにします。以下の問いに答えなさい。

（１）２０２５２０２５の分割和を求めなさい。

（２）２０２５２０２５２０２５の分割和を求めなさい。

（３）２０２５をいくつか並べた整数Ａの分割和を求めたところ，一の位が３になりました。整数Ａは，何桁（けた）の整数ですか。１００桁以下であてはまる桁数をすべて答えなさい。

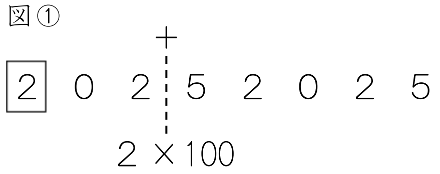
最難関問題

２０２５２０２５の分割と和

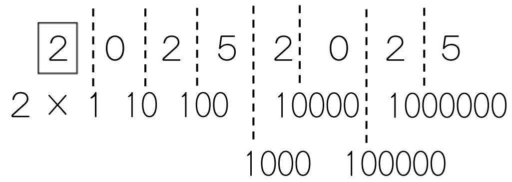
（１）２８０８３７８　（２）２８０８３８１６４７７　（３）２８桁，６８桁

（１）まず，一番上の位の２に注目してみます。$\boxed{2}$０２＋５２０２５の場合に，一番上の位の２は２００＝２×１００になっています。図①はこのことを表しています。＋の位置に応じて，一番上の位の２が何倍されるかをまとめると図②のようになるので，全部で，２×１１１１１１１です。

図①

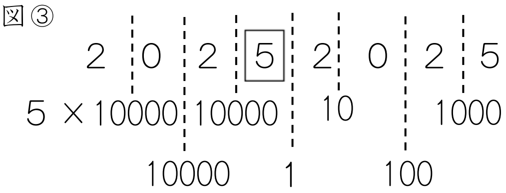


図②



同じように，上から４番目の位の５に注目をすると，図③のようになるので，全部で５×３１１１１です。

図③



一番上の位の２からまとめていくと，次のようになります。

２×１１１１１１１
２×　２１１１１１
５×　　３１１１１
２×　　　４１１１
２×　　　　　６１
５×　　　　　　７

以上をまとめて，２×１３２６３９４＋５×３１１１８＝２８０８３７８です。

最難関問題

（２）（１）と同様に考えると，次のようになります。

２×１１１１１１１１１１１
２×　２１１１１１１１１
５×　　３１１１１１１１
２×　　　４１１１１１１
２×　　　　　６１１１１
５×　　　　　　７１１１
２×　　　　　　　８１１１
２×　　　　　　　　　10１
５×　　　　　　　　　　11

２×10１は１０の位に１０回，１の位に１回現れることを表し，
５×11は１の位に１１回現れることを表しているので，計算上は２×１０１と５×１１です。
以上をまとめて，
２×１３２６３９５２６５６＋５×３１１１８２２３３＝２８０８３８１６４７７です。

（３）２と５に分けて，それぞれが一の位にどのように影響するのかを考えます。

２の場合

２０２５ではそれぞれの２が１回ずつ一の位に現れるので，２×２＝４が２だけを考えた場合の一の位です。２０２５２０２５も同様で，４つの２が一の位に１回ずつ現れるので，２×４＝８が２だけを考えた場合の一の位です。よって，２だけを考えた場合の一の位は，

２０２５が１つ…２×２＝４，
２０２５が２つ…２×４＝８，
２０２５が３つ…２×６＝１２より２，
２０２５が４つ…２×８＝１６より６，…と４ずつ増えていく数の一の位になるので，
４，８，２，６，０，４，８，２，６，０，…と４，８，２，６，０の繰り返しになります。

最難関問題

５の場合

２０２５２０２５…２０２５２０２$\boxed{5}$において，かげをつけた一の位以外の５は，分割和を求める際に，一の位に１回だけ現れます。それに対してもともと一の位にある□で囲った$\boxed{5}$は，分割和を求める際に毎回一の位に現れますが，分割和を求める足し算は必ず奇数回なので，一の位に奇数回現れます。５×（奇数）の一の位は必ず５なので，結局のところ２０２５２０２５…２０２５２０２$\boxed{5}$において５が偶数個であれば５だけを考えた場合の一の位は０，奇数個であれば，５だけを考えた場合の一の位は５となります。つまり，
２０２５が１つ…５，
２０２５が２つ…０，
２０２５が３つ…５，
２０２５が４つ…０，…と５，０の繰り返しになります。

以上をあわせると，分割和の一の位は次のように１０個の繰り返しになります。

2025 の個数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
２による一の位	4	8	2	6	0	4	8	2	6	0
５による一の位	5	0	5	0	5	0	5	0	5	0
一の位	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

よって，一の位が３になるのは，２０２５が７個，１７個，２７個，…の場合です。１００桁以下で条件を満たすのは，４×７＝２８（桁），４×１７＝６８（桁）です。