最難関問題

根基２１の整数と剰余

素因数分解をしたときに素数の３と７が１個以上現れ，それ以外の素数が現れない整数を，３×７＝２１より，根基が２１の整数といいます。

（１）２１以上４４１未満の根基２１の整数を全て答えなさい。

（２）４４１以上９２６１未満の根基２１の整数は何個ありますか。

（３）１９４４８１＝４４１×４４１です。１９４４８１以下の，１３で割ったときの余りが８の整数を全て答えなさい。

最難関問題

根基２１の整数と剰余

（１）２１，６３，１４７，１８９　（２）９個　（３）２１，５６７，１５３０９，１５１２６３

（１）根基が２１の整数は，３×…×３×２１×…×２１か，７×…×７×２１×…×２１か，１×２１×…×２１の形になります。

３×…×３×２１×…×２１の形で表せる数は，３×２１＝６３，３×３×２１＝１８９，
７×…×７×２１×…×２１の形で表せる数は，７×２１＝１４７，
１×２１×…×２１の形で表せる数は，１×２１＝２１です。

（２）４４１＝２１×２１，９２６１＝２１×２１×２１です。２１と４４１で区切って，３×…×３と７×…×７の形の数を並べると，次のようになります。

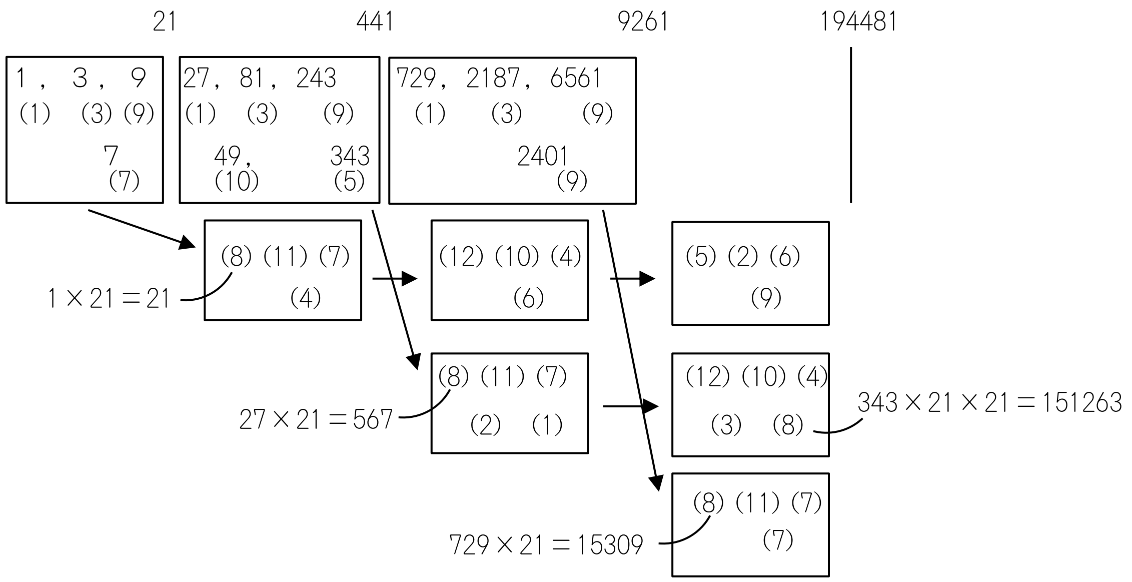
	21	441
1，3，9	27，81，243	
7	49，　343	

４４１以上９２６１未満の根基２１の整数は，４４１の倍数か，４４１の倍数ではない２１の倍数です。４４１の倍数の場合，４４１に１，３，７，９をかけた４個があり，４４１の倍数ではない２１の倍数の場合，２１に２７，４９，８１，２４３，３４３をかけた５個があります。

よって，４＋５＝９（個）です。

最難関問題

（３）２１÷１３の余りは８です。１３で割った余りが□の数と△の数の積を１３で割ったときの余りは，□×△を１３で割ったときの余りと一致します。下の図は，１および，３だけをかけた数と７だけをかけた数について１３で割ったときの余りを()で示しています。→は２１をかけたことを表しています。よって，矢印の先にある枠の中の数は，根基２１の整数に対応しています。



１３で割って余りが８になるのは，図の２１，５６７，１５３０９，１５１２６３です。