受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

領域の数

図１の折れた線Ａとまっすぐな線Ｂを，図２のように交互に重ねていきます。図２において線と線に囲まれた部分は，順に０個，２個，５個となります。以下の問いに答えなさい。

図１

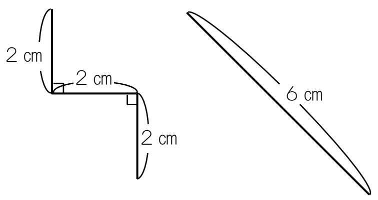
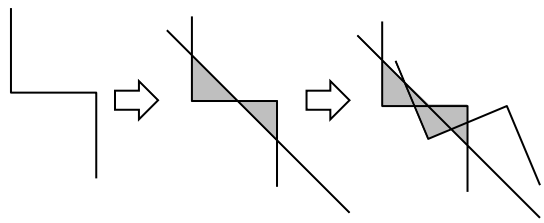


図２



（１）Ａ，Ｂ，Ａと３本の線を重ねたときに，線と線に囲まれた部分は最大で何個になりますか。

（２）Ａ，Ｂ，Ａ，Ｂと４本の線を重ねたときに，線と線に囲まれた部分は最大で何個になりますか。

（３）線と線に囲まれた部分が５００個以上になるのは，最も少なくて何本の線を重ねたときですか。

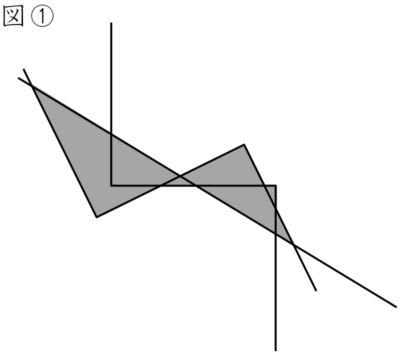
最難関問題

領域の数　（１）７個　（２）１３個　（３）２１本

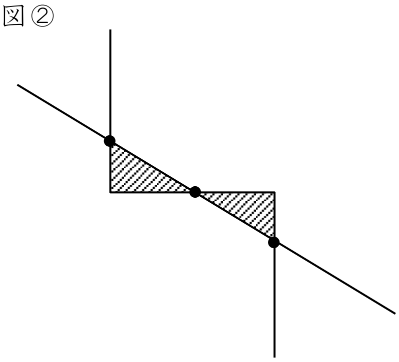
（１）図①のように，７個です。

（２）図をかいて求めるのは難しいので，仕組みを考えます。図②のように，２本目の線を重ねると，交点が最大で３個でき，交点の数より１つ少ない２個の線に囲まれた部分ができます。図③のように，３本目の線を重ねると，交点が最大で新たに６個でき，交点の数より１つ少ない５個の線に囲まれた部分ができます。よって，２＋５＝７（個）になります。

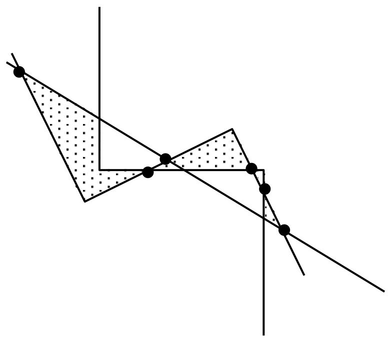
図①



図②



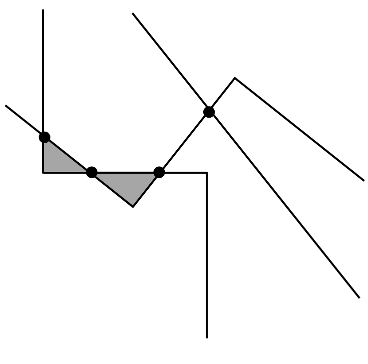
図③



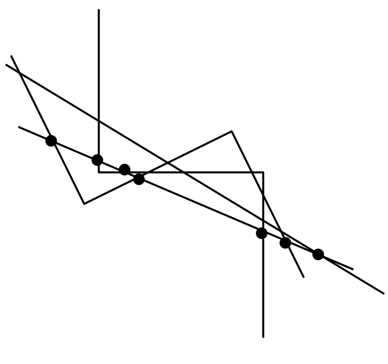
なお，（交点の数－１）＝（線に囲まれた部分の数）が成り立つのは，すでに重ねてある線が互いに交わっているからです。図④のような場合には成り立ちません。さて，図③に引き続いて４本目の線を引くときに，新たな交点が何個できるのかを考えます。すでに線Ａが２本と線Ｂが１本重ねてあり，４本目の線は線Ｂです。線Ｂと線Ａの交点は最大３個，線Ｂと線Ｂの交点は最大１個なので，新たな交点は最大で，図⑤のように，３×２＋１＝７（個）です。

よって，線で囲まれた部分は新たに７－１＝６（個）できて，７＋６＝１３（個）になります。

図④



図⑤



（３）（２）に続けて考えると，線Ａと線Ａの交点も最大で３個です。よって次のようになります。

●線Ａは，すでに重ねてある線Ａ，Ｂのそれぞれと３個ずつ交点ができる

●線Ｂは，すでに重ねてある線Ａと３個ずつ，線Ｂと１個ずつ交点ができる

●新しくできた交点の個数－１だけ，線で囲まれた部分が増える

このことを表にまとめていきます。

囲まれた部分	0	2	7	13	24	34	51	…
新しい交点	0	3	6	7	12	11	18	…
線Ａ	1	1	2	2	3	3	4	…
線Ｂ	0	1	1	2	2	3	3	…

線で囲まれた部分の個数は，１つとばしで見ていくと，０，７，２４，５１，…で，差が７，１７，２７，…の階差数列になっています。続けると，０，７，２４，５１，８８，１３５，１９２，２５９，３３６,４２３,５２０となります。４２３個と５２０個の間に入る個数は明らかに５００未満なので，５２０が階差数列の１１番目の数であることから，線は１１×２－１＝２１（本）です。