受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

秒針と等間隔・２

１～１２の目盛りと，短針，長針，秒針の３本の針がある時計があります。例えば１時２３分４秒には，図１のようになります。この時計で，図２のように１２の目盛りから時計回りに等間隔に並ぶア，イ，ウという別々の位置に３本の針が１本ずつ重なる場合を考えます。

図１

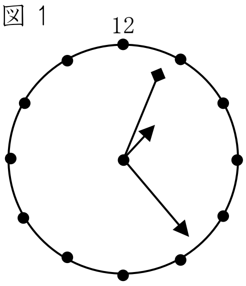


図２

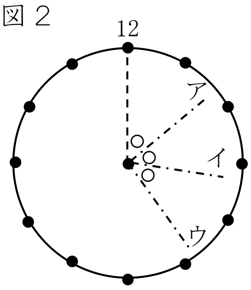
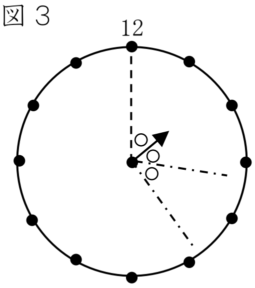
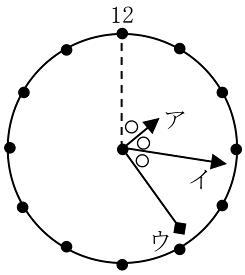
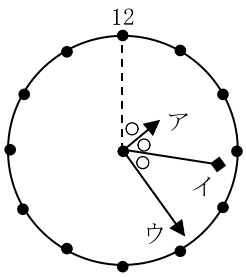


図３



（１）図３のようにアの位置に短針が重なることはありません。その理由を，以下の枠に収まるように説明しなさい。





最難関問題

（２）ア，イ，ウの位置に３本の針が１本ずつ重なる時刻は何時何分何秒ですか。考えられるものをすべて答えなさい。

受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

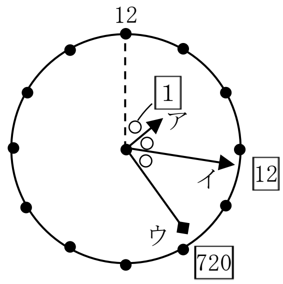
秒針と等間隔・２

（１）以下の解答例参照

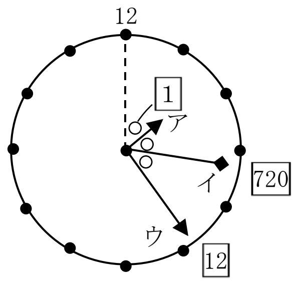
（２）２時７分$3\frac{9}{17}$秒，４時１４分$7\frac{1}{17}$秒，６時２１分$10\frac{10}{17}$秒，８時２８分$14\frac{2}{17}$秒，

１０時３５分$17\frac{11}{17}$秒

（１）解答例



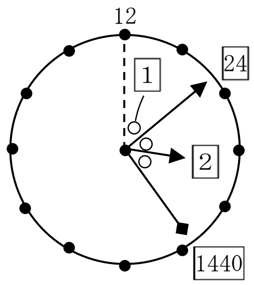
短針が$\boxed{1}$動くと，長針は$\boxed{12}$動くので，時計の一周を何倍かすると，$\boxed{12}$－$\boxed{2}$＝$\boxed{10}$になる。秒針は$\boxed{720}$動いており，$\boxed{720}$は$\boxed{10}$の倍数にあたるので，秒針は１２の目盛りを指しているはずなので，時計の一周は$\boxed{3}$になってしまい，何倍かしても$\boxed{10}$にならない。



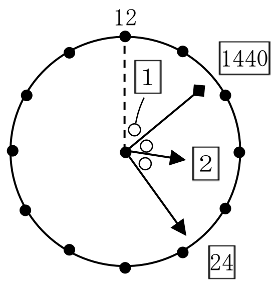
同じように，左の場合は時計の一周を何倍かすると$\boxed{9}$になり，$\boxed{720}$は$\boxed{9}$の倍数なので秒針は１２の目盛りを指してしまい，秒針がイの位置ではなくなってしまう。

最難関問題

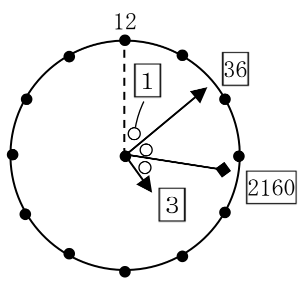
（２）



短針がイ，長針がアの位置にある場合，短針が$\boxed{2}$，長針が$\boxed{24}$，秒針が$\boxed{1440}$動いたと考えると，時計の一周は$\boxed{24}-\boxed{1}=\boxed{23}$を１を含めたある整数によって割ってできる，$\boxed{3}$以上の値になります。具体的には$\boxed{23}$，$\boxed{11.5}$，$\frac{\boxed{23}}{\boxed{3}}$，$\boxed{5.75}$，$\boxed{4.6}$，$\frac{\boxed{23}}{\boxed{6}}$，$\frac{\boxed{23}}{\boxed{7}}$ですが，$\boxed{23}$以外は小数・分数であるため，何倍かして整数になるときには必ず２３の倍数になります。ところが，$\boxed{1440}-\boxed{3}=\boxed{1437}$は$\boxed{23}$の倍数ではありません。よって，短針がイ，長針がアの位置にある場合に秒針がウの位置に重なることはありません。

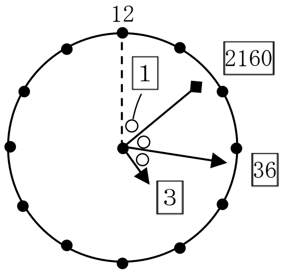


短針がイ，長針がウの位置にある場合，短針が$\boxed{2}$，長針が$\boxed{24}$，秒針が$\boxed{1440}$動いたと考えると，時計の一周は$\boxed{24}-\boxed{3}=\boxed{21}$を１を含めたある整数によって割ってできる，$\boxed{3}$以上の値になります。これらのうちで整数であるものは，$\boxed{21}$と$\boxed{7}$，$\boxed{3}$です。しかし，どれも，$\boxed{1440}-\boxed{1}=\boxed{1439}$の約数ではありません。よって，短針がイ，長針がウの位置にある場合に秒針がアの位置に重なることはありません。



短針がウ，長針がアの位置にある場合，短針が$\boxed{3}$，長針が$\boxed{36}$，秒針が$\boxed{2160}$動いたと考えると，時計の一周は$\boxed{36}-\boxed{1}=\boxed{35}$を１を含めたある整数によって割ってできる，$\boxed{3}$以上の値になります。これらのうちで整数であるものは，$\boxed{35}$と$\boxed{7}$と$\boxed{5}$です。しかし，どれも，$\boxed{2160}-\boxed{2}=\boxed{2158}$の約数ではありません。よって，短針がウ，長針がアの位置にある場合に秒針がイの位置に重なることはありません。

最難関問題



　短針がウ，長針がイの位置にある場合，短針が$\boxed{3}$，長針が$\boxed{36}$，秒針が$\boxed{2160}$動いたと考えると，時計の一周は$\boxed{36}-\boxed{2}=\boxed{34}$を１を含めたある整数によって割ってできる，$\boxed{3}$以上の値になります。これらのうちで整数であるものは，$\boxed{34}$と$\boxed{17}$です。$\boxed{2160}-\boxed{1}=\boxed{2159}$，$\boxed{2159}\div\boxed{17}=127$より，$\boxed{17}$は$\boxed{2159}$の約数です。

　よって，時計の一周は$\boxed{17}$か，$\boxed{17}$を整数で割った値のうちで$\boxed{3}$以上のものですから，$\boxed{17}$，$\boxed{\frac{17}{2}}$，$\boxed{\frac{17}{3}}$，$\boxed{\frac{17}{4}}$，$\boxed{\frac{17}{5}}$，のいずれかです。

　時計の一周が$\boxed{17}$のとき，$\boxed{3}=360\times\frac{3}{17}=\frac{1080}{17}$（度）ですから，１２時ちょうどから，$\frac{1080}{17}\div0.5=127\frac{1}{17}$（分）たっています。$127\frac{1}{17}$分＝２時間７分$3\frac{9}{17}$秒より，時刻は２時７分$3\frac{9}{17}$秒です。

　時計の一周が$\boxed{\frac{17}{2}}$のときは，$\boxed{3}=\frac{1080}{17}\times2$（度）となるので，１２時ちょうどから，（２時間７分$3\frac{9}{17}$秒）×２＝４時間１４分$7\frac{1}{17}$秒たっているので，時刻は４時１４分$7\frac{1}{17}$秒です。

　以降も同様にして，２時間７分$3\frac{9}{17}$秒を３倍，４倍，５倍すればよいので，６時２１分$10\frac{10}{17}$秒，８時２８分$14\frac{2}{17}$秒，１０時３５分$17\frac{11}{17}$秒です。