

最難関問題

面積変化のグラフ

図1は、1マス1cmの方眼上に、細い針金で作った六角形を置いたものです。この六角形を、直線Lにそって矢印の向きに一定の速さで動かしたとき、針金が通過した部分の面積をSとします。図2と図3は、六角形が動き出してからの時間と、1秒あたりに増えるSの値の関係を表したものです。

図1

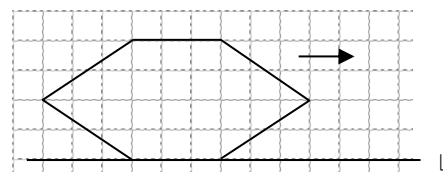


図2

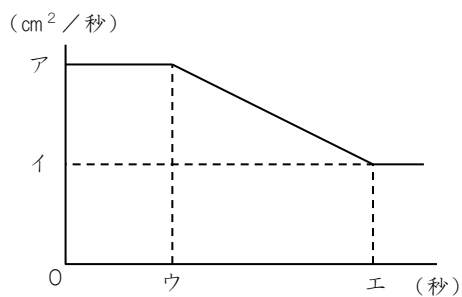
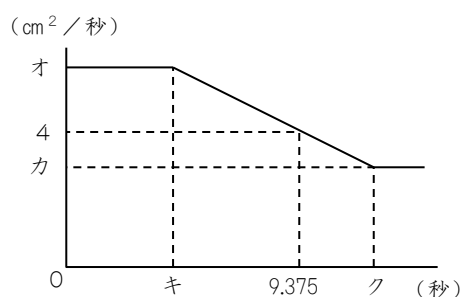


図3



(1) 六角形を秒速1cmの速さで動かすとき、図2のア～エにあてはまる値を答えなさい。

(2) 六角形をある速さで動かすと、図3のグラフになりました。六角形の動く速さと、グラフのオ～クにあてはまる値を答えなさい。

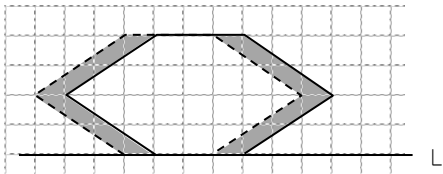
最難関問題

面積変化のグラフ

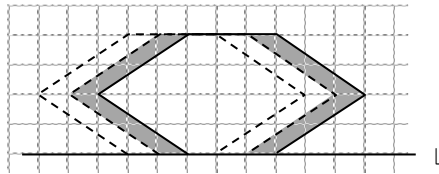
- (1) ア…8, イ…4, ウ…3, エ…9
- (2) 秒速0.8 cm, オ…6.4, カ…3.2, キ…3.75, ク…11.25

(1) 図①, ②の影をつけた部分は最初の1秒間と次の1秒間に針金が通過する部分を表しており, どちらの面積も 8 cm^2 です。よって, アは8です。こうして, 出発してから3秒間, Sは毎秒 8 cm^2 の割合で増えていきます。

図①

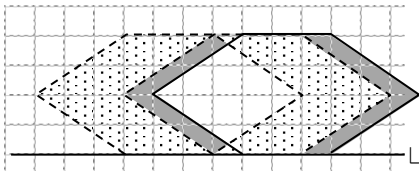


図②

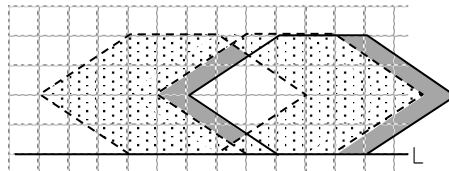


出発してから3秒後までに針金が通過する部分は, 図③のあみ目部分です。3秒後以降は, 針金が通過する部分は図③, 図④のように小さくなっていきます。よって, ウは3です。

図③

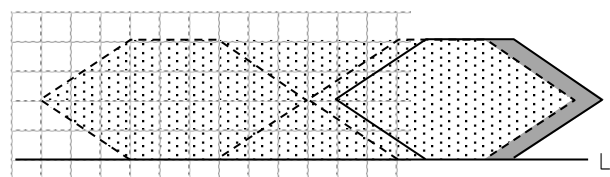


図④



出発してから9秒後までに針金が通過する部分は, 図⑤のあみ目部分です。9秒後以降は, 針金が通過する部分は図⑤のように毎秒 4 cm^2 の割合で増えていきます。よって, イは4, エは9です。

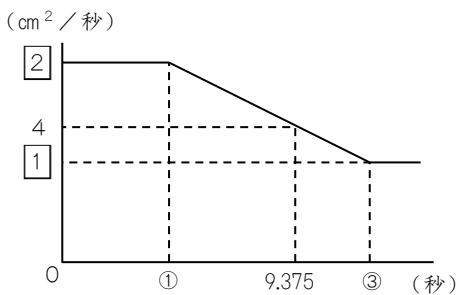
図⑤



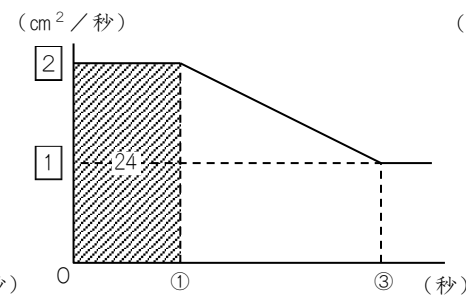
最難関問題

(2) 速さを変えても、図⑥のような値の関係は(1)と同様に成り立ちます。①秒後までは毎秒 2cm^2 の割合で面積が増えるので、①と 2 の積は、図③のあみ目部分の面積である 24cm^2 になりますから、グラフにおいては図⑦の長方形の面積が 24 になります。さらにグラフにおける面積を求めていくと、図⑧になります。

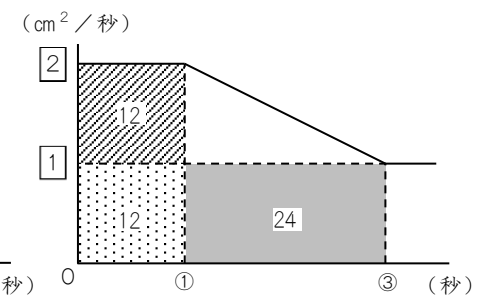
図⑥



図⑦

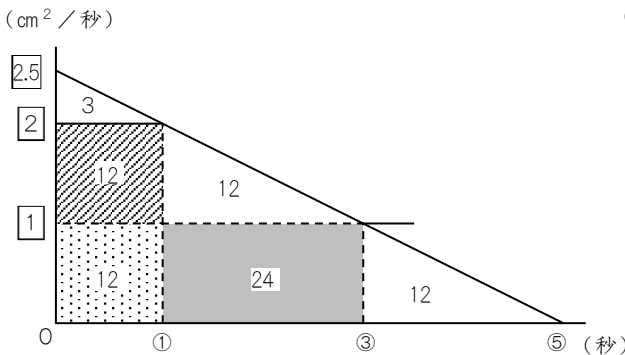


図⑧

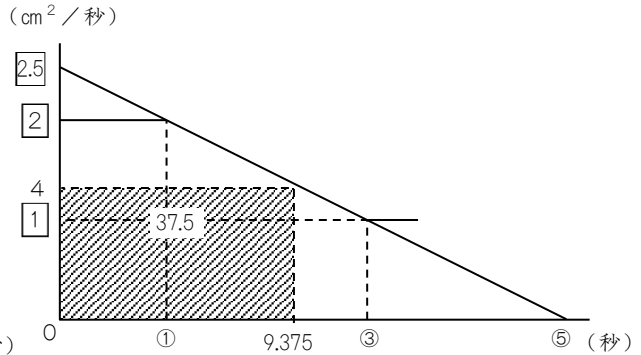


グラフの線をのばして直角三角形を作ると、図⑨のように面積が $12 \times 4 + 24 + 3 = 75$ になります。ここで、 9.375 秒後の S の増え方が毎秒 4cm^2 であることから、図⑩の長方形の面積は、 $4 \times 9.375 = 37.5$ となり、面積 75 の直角三角形のちょうど半分になります。

図⑨



図⑩



よって、 $⑤ = 9.375 \times 2 = 18.75$ 、 $2.5 = 4 \times 2 = 8$ となります。
 $キ = ① = 18.75 \div 5 = 3.75$ 、 $ク = 3.75 \times 3 = 11.25$ 、 $カ = 8 \div 2.5 = 3.2$ 、
 $オ = 3.2 \times 2 = 6.4$ となり、六角形はキの 3.75 秒で 3cm 進むので、速さは $3 \div 3.75 = 0.8$ ($\text{cm}/\text{秒}$)です。