

最難関問題

マス目と数字のパズル（最難関）

図1のマス目では、上下左右にとなりあうマスを数えていくと、1のマスと1のマスの間には1マス、2のマスと2のマスの間には2マスあります。このきまりにしたがって、正方形か長方形のマス目に1以上の数字を書き込みます。マス目は横がたてと同じか、より多いものとしします。数字の3を3個書き込むことができ、たて横のマスをこれ以上減らすことができないのは、図2の(4, 4)と図3の(3, 5)のマス目で、数字の3を4個書き込むことができ、たて横のマスをこれ以上減らすことができないのは、図4の(5, 5)のマス目です。

以下の問いに答えなさい。必要であれば、2枚目のマス目を利用してかまいません。

図1

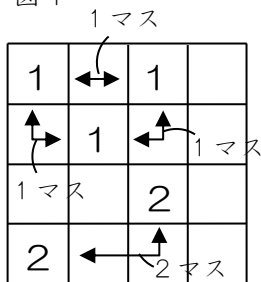


図2

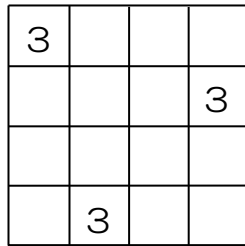


図3

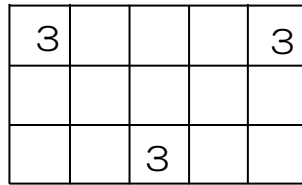
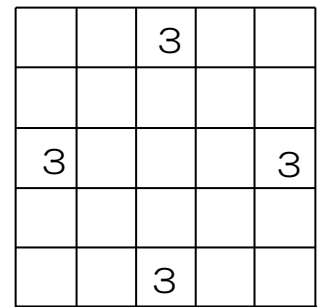


図4

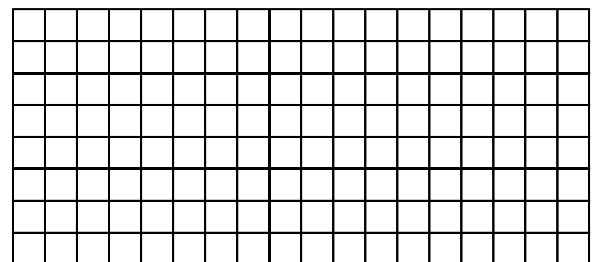


(1) 図2の残りの部分にできるだけ多くの数字を書き込みます。書き込み終えた状態は、全部で何通り考えることができますか。

(2) 以下の条件を満たすマス目を、(○, △)の形ですべて答えなさい。

- ① 数字の5を3個書き込むことができ、たて横のマスをこれ以上減らすことができないマス目
- ② 数字の5を4個書き込むことができ、たて横のマスをこれ以上減らすことができないマス目
- ③ 数字の7を3個書き込むことができ、たて横のマスをこれ以上減らすことができないマス目
- ④ 数字の7を4個書き込むことができ、たて横のマスをこれ以上減らすことができないマス目

(3) (8, 18)のマス目に数字をできるだけたくさん書き込むとき、全部で何個の数字を書き込むことができますか。また、その例を1つ右の図に示しなさい。



Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

マス目と数字のパズル (最難関)

- (1) 4通り (2) ① (4, 7), (5, 6) ② (7, 7) ③ (5, 9), (6, 8), (7, 7)
④ (9, 9) (3) 56個, 図は解説参照

(1) 以下の4通りです。

3	4	2	5
2		1	3
	1		1
5	3	1	4

3	4		5
2		1	3
	1	2	1
5	3	1	4

3	2		5
4		1	3
	1	2	1
5	3	1	4

3	2		5
4		1	3
2	1		1
5	3	1	4

(2)

① 以下の(4, 7)と(5, 6)です。

5					5
		5			

5					
					5
	5				

② 以下の(7, 7)です。

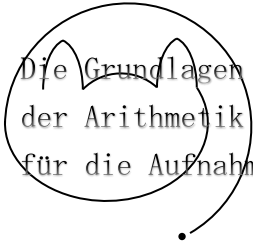
		5			
5					5
		5			

③ 以下の(5, 9), (6, 8), (7, 7)です。

7							7
			7				

7							
							7
			7				

7							
							7
	7						



④ 以下の (9, 9) です。

				7			
7							7
				7			

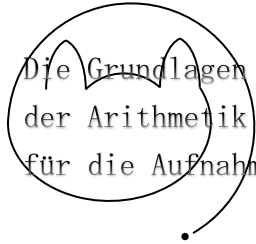
(3) (8, 18) のマス目では、たてと横に並ぶマスの個数の和が $8 + 18 - 1 = 25$ (マス) なので、 $25 - 2 = 23$ 以下の数字を書くことができます。この範囲において、偶数の数字と奇数の数字に分けて考えます。

偶数の数字は、マス目の範囲にかかわらず、2個までしか書くことができません。数字の2を例にとると、下の図は中央の影をつけたマスにある2から2マス離れたすべての位置に2を書いたものですが、これら周囲の2どうしの間マスはすべて奇数個になります。4以上の偶数についても同様なので、数字の2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22は2個ずつ書くことができます。

			2		
		2		2	
	2				2
2			2		2
	2				2
		2		2	
			2		

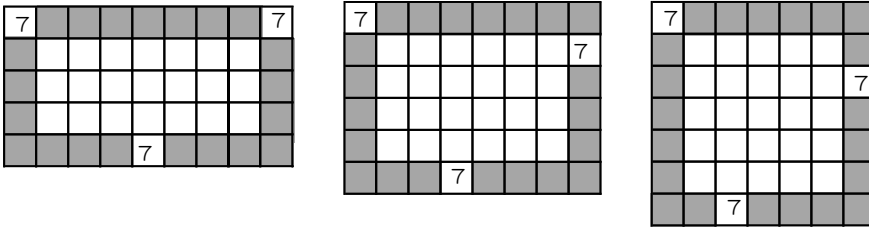
奇数の数字は、(1)(2)より、4個まで書くことができます。まず、4個かくことができるのは、(2)②のように、マス目のたて横がその数字よりも2以上ある場合です。よって、(8, 18) の場合には数字の1, 3, 5は4個ずつ書くことができます。

			5		
5					5
			5		

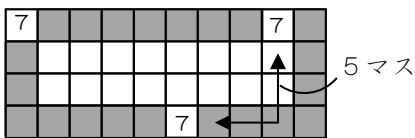


最難関問題

奇数の数字が3個かける場合を，(2) ③を例にとって考えます。マス目の外側1周に並ぶマスの個数は，いずれの場合も $(7 + 1) \times 3 = 24$ (マス) です。



ただし，(4, 10) の場合は次の図のように，7の数字の間が5マスになってしまいます。横に並ぶマスの個数は， $7 + 2 = 9$ (マス) までです。



以上より，(8, 18) の場合は外側1周に並ぶマスが $(8 + 18) \times 2 - 4 = 48$ (マス) で， $48 \div 3 - 1 = 15$ ではあるものの，数字の15は3個置くことはできません。数字の15を3個置けるのは，たてと横に並ぶマスの個数の和が $(48 + 4) \div 2 = 26$ (マス) であることと，横のマスが $15 + 2 = 17$ (マス) 以下であることから，(9, 17), (10, 16), (11, 15), (12, 14), (13, 13) の場合です。

数字の13の場合，外側1周に並ぶマスが $(13 + 1) \times 3 = 42$ (マス) で，たてと横に並ぶマスの個数の和が $(42 + 4) \div 2 = 23$ (マス) であることから，(8, 15) の場合に(8, 18) のマス目に収まるので，3個置くことができます。

よって，数字の7, 9, 11, 13は3個，数字の15, 17, 19, 21, 23は2個置くことができます。

書き込むことのできる数字は， $4 \times 3 + 3 \times 4 + 2 \times 16 = 56$ (個) で，解答例は以下のようになります。

23	13							5				11	13			
21		9	11	7				3			9				22	
19								1			7				20	
17					5	3	1		1	3	5				18	
15			10	8	6	4	2	1	2	4	6	8	10		16	
									3						14	
									9	7	5				12	
22	20	18	16	14	12			13	11			15	17	19	21	23