受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

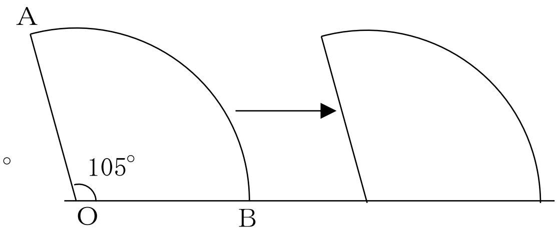
おうぎ形の平行移動

多くの教材において，図形の平行移動の単元では平行四辺形や直角三角形とあわせて，四分円（中心角が９０度のおうぎ形）が扱われます。中心角を変えてみるとどうなるのでしょうか。

例題　半径１２㎝，中心角１０５度のおうぎ形ＯＡＢが，
図のように直線上を１８㎝移動しました。

（１）おうぎ形ＯＡＢが通過した部分の面積は何㎝^{2}ですか。

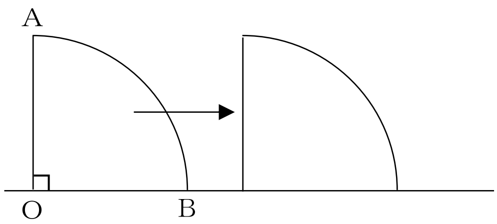
（２）おうぎ形の孤ＡＢが通過した部分の面積は何㎝^{2}ですか。



１．半径６㎝，中心角９０度のおうぎ形ＯＡＢが，
図のように直線上を８㎝移動しました。

（１）おうぎ形ＯＡＢが通過した部分の面積は何㎝^{2}ですか。

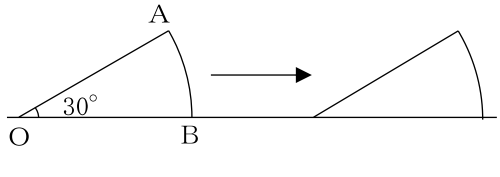
（２）おうぎ形の孤ＡＢが通過した部分の面積は何㎝^{2}ですか。



２．半径６㎝，中心角３０度のおうぎ形ＯＡＢが，
図のように直線上を１０㎝移動しました。

（１）おうぎ形ＯＡＢが通過した部分の面積は何㎝^{2}ですか。

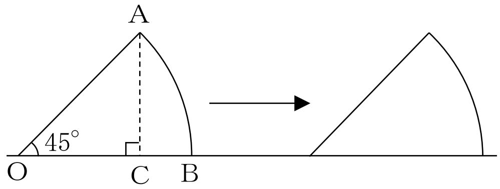
（２）おうぎ形の孤ＡＢが通過した部分の面積は何㎝^{2}ですか。



３．右図のおうぎ形ＯＡＢは，中心角の大きさが４５度で，ＡＣ＝６㎝です。
おうぎ形ＯＡＢが直線上を１５㎝移動しました。

（１）おうぎ形ＯＡＢが通過した部分の面積は何㎝^{2}ですか。

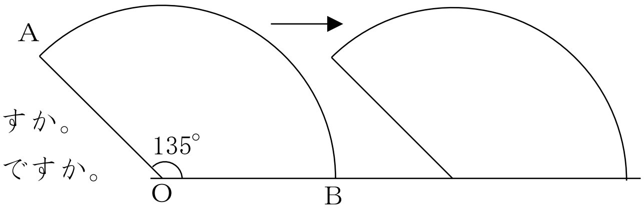
（２）おうぎ形の孤ＡＢが通過した部分の面積は何㎝^{2}ですか。



４．半径４㎝，中心角１３５度のおうぎ形ＯＡＢが，
図のように直線上を７㎝移動しました。

（１）おうぎ形ＯＡＢが通過した部分の面積は何㎝^{2}ですか。

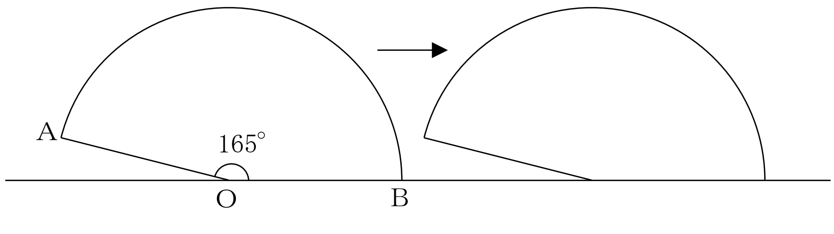
（２）おうぎ形の孤ＡＢが通過した部分の面積は何㎝^{2}ですか。



５．半径１２㎝，中心角１６５度のおうぎ形ＯＡＢが，図のように直線上を２５㎝移動しました。

（１）おうぎ形ＯＡＢが通過した部分の面積は何㎝^{2}ですか。

（２）おうぎ形の孤ＡＢが通過した部分の面積は何㎝^{2}ですか。



６．図１は半径４㎝，中心角３１５度のおうぎ形です。このおうぎ形を，図２の１辺２４㎝の正方形から１辺８㎝の正方形を２個取り除いた図形の中を，ＯＡがＢＣと常に平行であるようにしながら，自由に動かします。おうぎ形が通過できる部分の面積は何㎝^{2}ですか。

図１

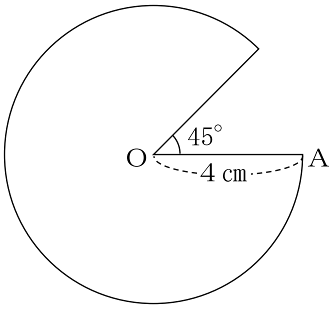
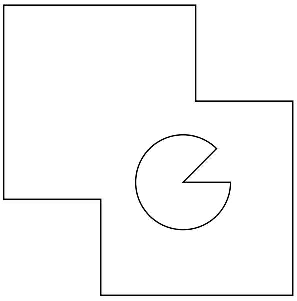
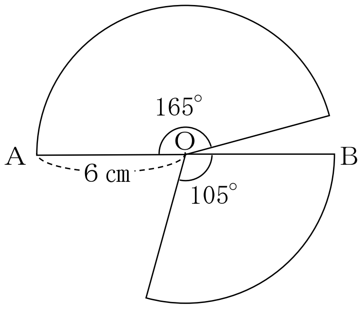
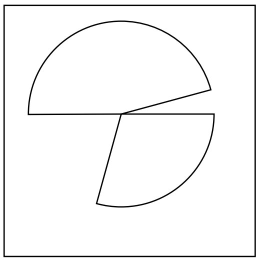


図２



７．図１は半径６㎝の円から，半径が６㎝で中心角が１５度と７５度のおうぎ形を１個ずつ取り除いた図形です。点Ａ，Ｏ，Ｂは一直線になっています。この図形を，図２のように１辺の長さが１８㎝の正方形の中を，ＡＢがＣＤと常に平行であるようにしながら，自由に動かします。円からおうぎ形を取り除いた図形が通過できる部分の面積は何㎝^{2}ですか。

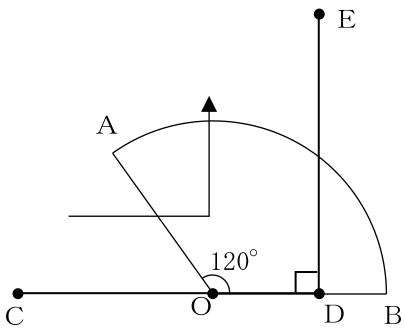




８．下図において，おうぎ形ＯＡＢは半径６㎝，中心角１２０度です。また，ＣＤ＝ＤＥ＝１０㎝，角ＣＤＥの大きさ９０度です。図のようにＯＢがＣＤに重なるように２つの図形を重ねたうえで，おうぎ形ＯＡＢを移動させます。ただし，おうぎ形ＯＡＢの向きが変わらないようにします。また，点Ｏは線ＣＤ，ＤＥ上にあるようにします。１辺の長さが４㎝の正三角形の面積は７㎠として，以下の問いに答えなさい。

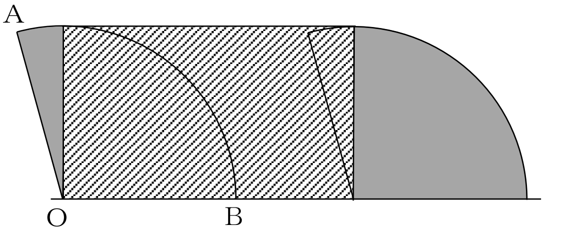
（１）点Ｏが点ＤからＥまで進むとき，弧ＡＢが通過した部分の面積を求めなさい。

（２）点Ｏが点ＣからＤを通ってＥまで進むとき，弧ＡＢが通過した部分の面積を求めなさい。



おうぎ形の平行移動・解答解説

図１



例題（１）３４７.８８㎠　（２）２１７.６８㎠

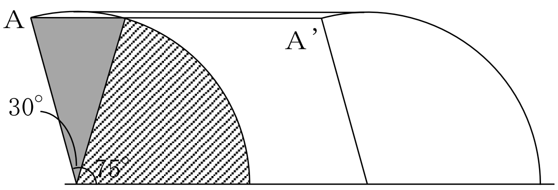
（１）おうぎ形ＯＡＢが通過する部分は，図１のような図形になります。灰色にぬった部分はあわせるとおうぎ形ＯＡＢと合同になるので，

$１２×１２×3.１４×\frac{１０５}{３６０}＝１３１.８８$（㎠）です。

斜線部分の長方形は，たて１２㎝，横の長さは１８㎝ですから，１２×１８＝２１６（㎠）です。

よって，１３１.８８＋２１６＝３４７.８８（㎠）です。

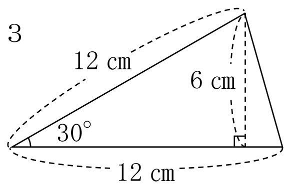
図２



（２）おうぎ形の孤ＡＢが通過する部分は，図２において点ＡがＡ’まで移動することから，（１）で求めたおうぎ形ＯＡＢが通過する部分から，灰色にぬった頂角３０度の二等辺三角形と斜線部のおうぎ形を除けばよいことがわかります。

頂角３０度の二等辺三角形の面積は，１２×６÷２＝３６（㎠）です。

図３

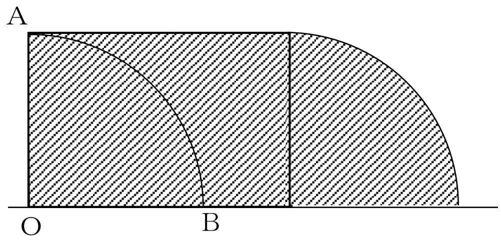


斜線部のおうぎ形の面積は，$１２×１２×3.１４×\frac{７５}{３６０}＝９４.２$（㎠）です。

よって，３４７.８８－（３６＋９４.２）＝２１７.６８（㎠）です。

１．（１）７６.２６cm^2　（２）４８cm^2

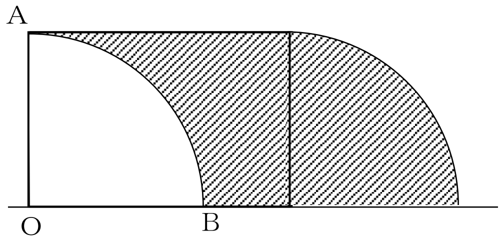
（１）おうぎ形ＯＡＢが通過する部分は，右図のようにたて６㎝，横８㎝の長方形におうぎ形ＯＡＢを加えた図形となります。よって，



$6\times8+6\times6\times3.14\times\frac{90}{360}=76.26$（$cm^2$）です。

（２）弧が通過した部分は，（１）で求めた部分からおうぎ形ＯＡＢの面積を引いた部分ですから，

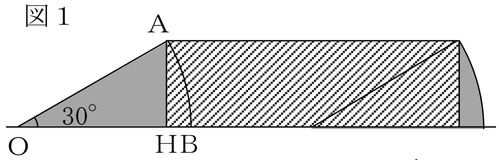
$6\times8=48$（cm^2）です。



２．（１）３９.４２cm^2　（２）３０cm^2

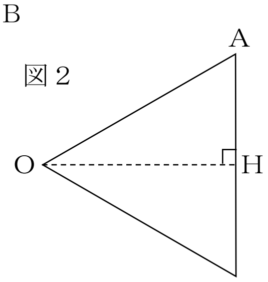
（１）おうぎ形ＯＡＢが通過する部分は，図１のような図形になります。灰色にぬった部分はあわせるとおうぎ形ＯＡＢと合同になるので，

図１



$6\times6\times3.14\times\frac{30}{360}=9.42$（$cm^2$）です。

図２



斜線部分の長方形は，横の長さは１０㎝，たての長さは図２より三角形ＯＡＨが正三角形の半分の形になっているので，$6\div2=3$（㎝）です。

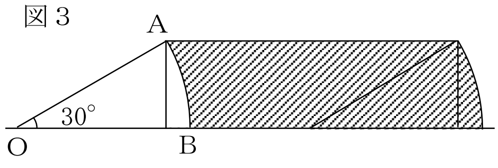
よって，長方形の面積は$3\times10=30$（cm^2）です。

以上より，$9.42+30=39.42$（cm^2）です。

（２）弧が通過した部分は，（１）で求めた部分からおうぎ形ＯＡＢの面積を引いた部分ですから，

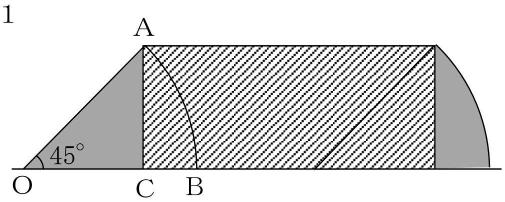
$3\times10=30$（cm^2）

図３



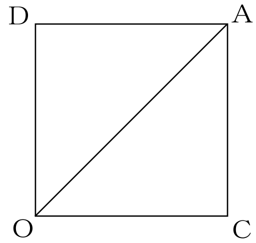
３．（１）１１８.２６cm^2　（２）９０cm^2

図１



（１）おうぎ形ＯＡＢが通過する部分は，図１のような図形になります。斜線部分の長方形は，たて６cm，横１５cmなので，６×１５＝９０（cm^2）です。また，灰色にぬった部分はあわせるとおうぎ形ＯＡＢと合同になります。おうぎ形ＯＡＢの半径の長さを求めることはできませんが，図２のような正方形ＯＣＡＤの面積は６×６＝３６（cm^2）のため，ＯＡ×ＯＡ÷２＝３６より，ＯＡ×ＯＡ＝７２となります。

図２



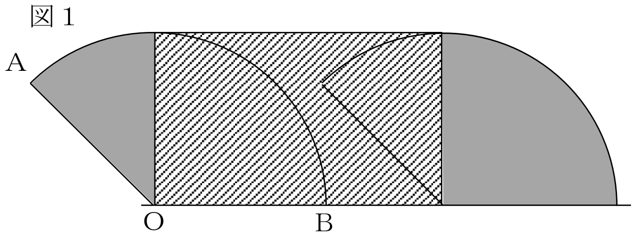
よって，７２×3.１４×$\frac{４５}{３６０}$＝２８.２６（cm^2），

２８.２６＋９０＝１１８.２６（cm^2）です。

（２）弧が通過した部分は，（１）で求めた面積からおうぎ形ＯＡＢの面積を除けばよいので，
６×１５＝９０（cm^2）です。

４．（１）４６.８４cm^2　（２）３２.５６cm^2

図１



（１）おうぎ形ＯＡＢが通過する部分は，図１のような図形になります。灰色にぬった部分はあわせるとおうぎ形ＯＡＢと合同になるので，

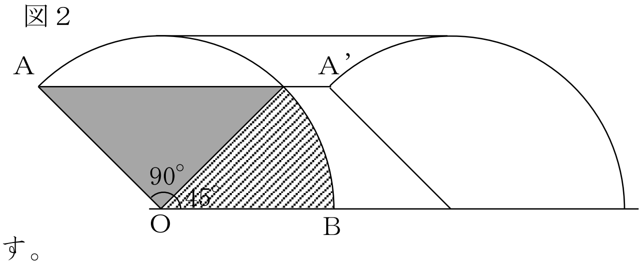
４×４×3.１４×$\frac{１３５}{３６０}$＝１８.８４（cm^2）です。

斜線部分の長方形は，たて４cm，横の長さは７cmですから，４×７＝２８（cm^2）です。

１８.８４＋２８＝４６.８４（cm^2）です。

（２）おうぎ形の孤ＡＢが通過する部分は，図２において点ＡがＡ’まで移動することから，（１）で求めたおうぎ形ＯＡＢが通過する部分から，灰色にぬった直角二等辺三角形と斜線部のおうぎ形を除けばよいことがわかります。

図２



直角二等辺三角形の面積は，４×４÷２＝８（cm^2）です。

斜線部のおうぎ形の面積は，４×４×3.１４×$\frac{４５}{３６０}$＝6.２８（cm^2）です。

よって，４6.８４－（８＋6.２８）＝３２.５６（cm^2）です。

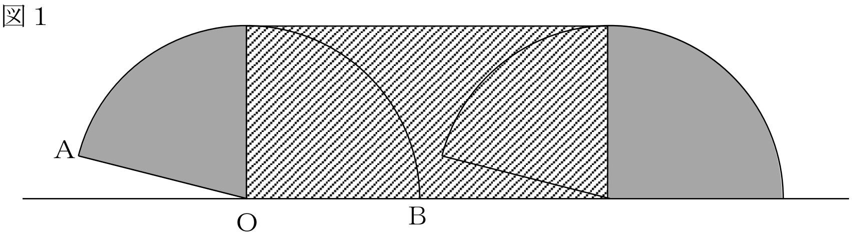
５．（１）５０７.２４㎝^{2}　（２）４５２.４㎝^{2}

（１）おうぎ形ＯＡＢが通過する部分は，図１のような図形になります。灰色にぬった部分はあわせると おうぎ形ＯＡＢと合同になるので，$12\times12\times3.14\times\frac{165}{360}=207.24$（㎝^{2}）

斜線部分の長方形は，たて１２㎝，横の長さは２５㎝ですから，$12\times25=300$（㎝^{2}）です。

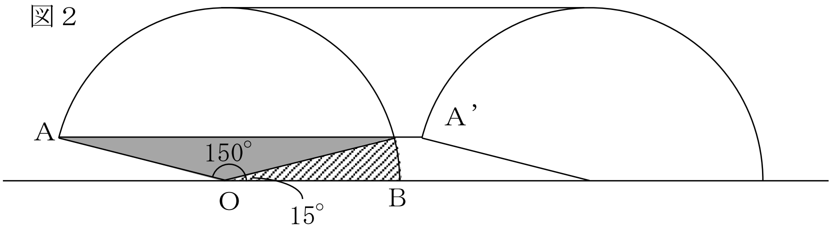
$207.24+300=507.24$（㎝^{2}）です。

図１



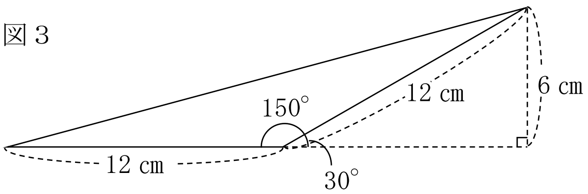
（２）おうぎ形の孤ＡＢが通過する部分は，図２において点ＡがＡ’まで移動することから，（１）で求めたおうぎ形ＯＡＢが通過する部分から，灰色にぬった頂角１５０度の二等辺三角形と斜線部のおうぎ形を除けばよいことがわかります。

図２



頂角１５０度の二等辺三角形の面積は，$12\times6\div2=36$（㎝^{2}）です。

図３



斜線部のおうぎ形の面積は，$12\times12\times3.14\times\frac{15}{360}=18.84$（㎝^{2}）です。

よって，$507.24-(36+18.84)=452.4$（㎝^{2}）です。

６．４２２.８㎝^{2}

　図３のように八角形に頂点の名前を付けます。おうぎ形を１辺８㎝の正方形の中に入れると，図４のようになります。おうぎ形が通過できない部分は，アの部分とイの部分です。

・アの部分は頂点Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｆ，Ｇ，Ｈの６か所にできるので，

（８×８－４×４×３.１４）÷４×６＝２０.６４（㎝^{2}）です。

・イの部分は頂点Ｄ，Ｆの２か所にできるので，

$$（4×4×3.14×\frac{45}{360}－4×2÷2）×2＝4.56（㎝^2）です。$$

八角形の面積は２４×２４－８×８×２＝４４８（㎝^{2}）ですから，

４４８－（２０.６４＋４.５６）＝４２２.８（㎝^{2}）です。

図３

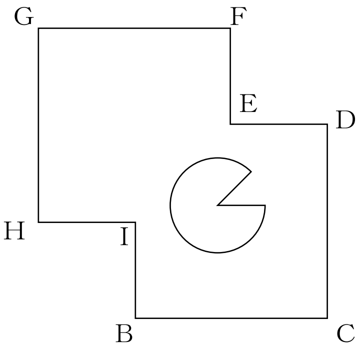
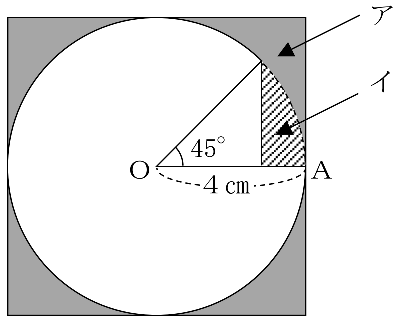


図４



７．２７３.７８㎝^{2}

　図３のように正方形に頂点の名前を付けます。おうぎ形を１辺１２㎝の正方形の中に入れると，図４のようになります。おうぎ形が通過できない部分は，ア，イ，ウの部分です。

・アの部分は頂点Ｃ，Ｄ，Ｅ，Ｆの４か所にできるので，

（１２×１２－６×６×３.１４）÷４×４＝３０.９６（㎝^{2}）です。

・イおよびウの部分は，それぞれ頂点Ｅ，Ｃで１か所ずつできます。あわせると，半径６㎝の四分円の面積から図５の二等辺三角形の面積を引いた面積となるので，

$$6×6×3.14×\frac{90}{360}－6×3÷2＝19.26（㎝^2）です。$$

正方形ＣＤＥＦの面積は１８×１８＝３２４（㎝^{2}）ですから，３２４－（３０.９６＋１９.２６）＝２７３.７８（㎝^{2}）です。

図３

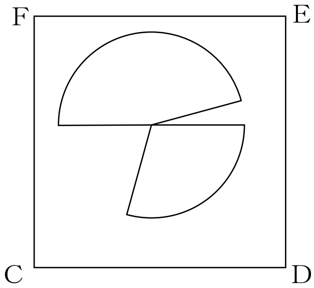


図４

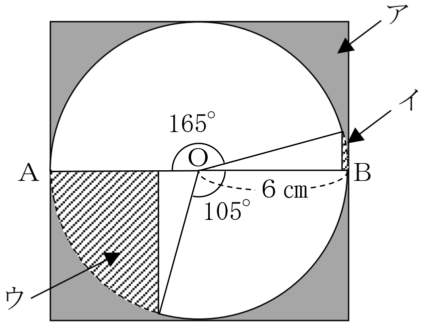
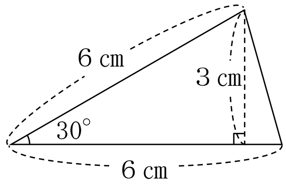


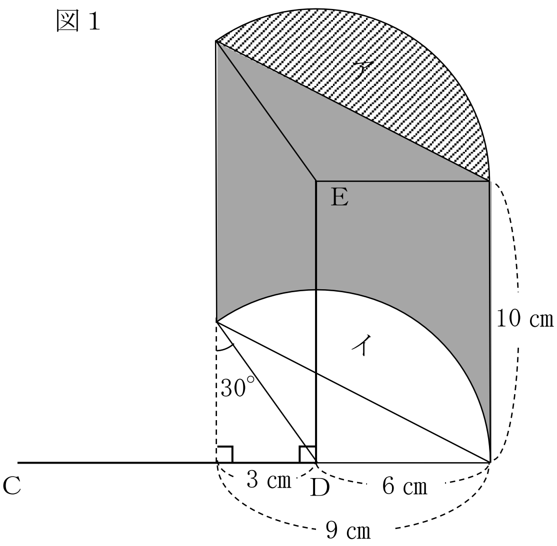
図５



８．（１）９０㎝^{2}　（２）１５２.３８５㎝^{2}

（１）図１のように，弧ＡＢが通過する部分のうちで，アの部分をイにはめ込むと，底辺の長さが１０㎝，高さが９㎝の平行四辺形になります。
よって，１０×９＝９０（㎝^{2}）です。

図１

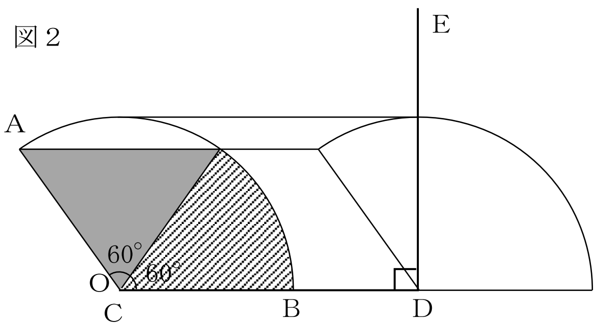


（２）点ＯがＣからＤまで進むときに，おうぎ形ＯＡＢが通過する部分の面積は，

$６\times１０+６\times６\times３.１４\times\frac{１２０}{３６０}=９７.６８$（㎝^{2}）です。

そこから，図２における斜線部のおうぎ形と灰色にぬった正三角形の面積を除けば，弧ＡＢが通過した部分の面積を求めることができます。

図２



斜線部のおうぎ形の面積は，$６\times６\times３.１４\times\frac{６０}{３６０}=１８.８４$（㎝^{2}）です。

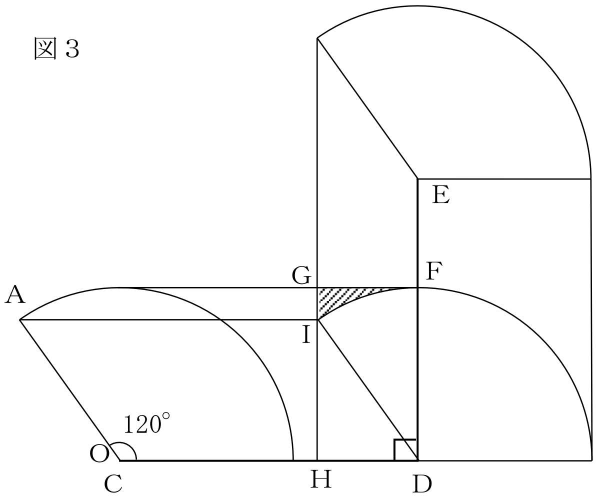
灰色にぬった三角形は正三角形です。１辺の長さが４㎝の正三角形は，面積が７㎠であることから，高さは$７\times２\div４=３.５$（㎝）です。よって，１辺の長さが６㎝の正三角形の高さは$３.５\times\frac{6}{4}=５.２５$（㎝）で，面積は$６\times５.２５\div２=１５.７５$（㎝^{2}）です。

よって，点ＯがＣからＤまで進むときに，弧ＡＢが通過する部分の面積は，

$９７.６８-（１８.８４+１５.７５）=６３.０９$（㎝^{2}）です。

以上より，点ＯがＣからＤに進むときに弧ＡＢが通過する部分の面積は６３.０９㎠，ＤからＥに進むときに通過する部分の面積は，９０㎠となります。この２つの部分をあわせると，図３の斜線部分が重複します。

図３



長方形ＤＦＧＨの面積は，３×６＝１８（㎠），

おうぎ形ＯＦＩの面積は，$6 \times 6 \times 3.14 \times \frac{30}{360} = 9.42$（㎠），

三角形ＤＨＩの面積は，１５.７５÷２＝7.８７５（㎠）です。

よって，斜線部分の面積は，

１８－（9.４２＋7.８７５）＝0.７０５（㎠）です。

以上より，９０＋６３.０９－0.７０５＝１５２.３８５（㎠）です。