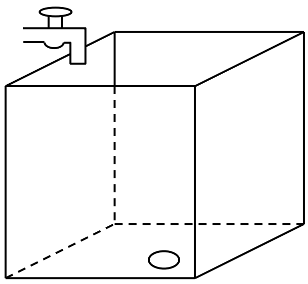
受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

ニュートン算と底面積

深さの等しい直方体の形をした容器がいくつもあります。どの容器にも底面には穴が開いていて，穴の面積に比例して水が一定の割合で流れ出ます。また，容器の底面積と穴の大きさは比例しています。これらの容器が空の状態から，給水管で水を満水になるまで注ぎます。給水管はいつでも一定の割合で等しい量の水を注ぎます。



底面積が４０００㎝^{2}の容器は２１分，底面積が５０００㎝^{2}の容器は３５分で満水になりました。次の問に答えなさい。

（１）給水管から注がれる水の量と，穴から流れ出る水の量が等しくなる容器の底面積は何㎝^{2}ですか。

（２）５分１５秒で満水になる容器の底面積は何㎝^{2}ですか。

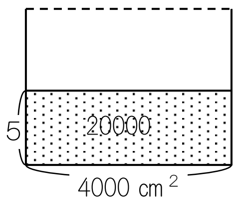
（３）容器ＡとＢの底面積の比は１２５：１２８，満水になるまでの時間の比は２５：２８です。容器Ａが満水になるのにかかる時間は何分何秒ですか。

最難関問題

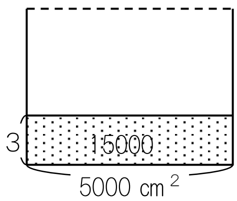
ニュートン算と底面積　（１）８０００㎠　（２）１６００㎠　（３）７５分０秒

（１）容器の深さを，２１と３５の最小公倍数の１０５とします。底面積が４０００㎠の容器では，１分間に水面は１０５÷２１＝５高くなり，底面積が５０００㎠の容器では，１分間に水面は１０５÷３５＝３高くなります。よって，１分間に容器にたまる水の量，つまり，給水管から１分間に注がれる水の量から１分間に穴から流れ出る水の量を引いた量は，底面積が４０００㎠の容器では図①のように４０００×５＝２００００，底面積が５０００㎠の容器では図②のように５０００×３＝１５０００となります。

図①



図②

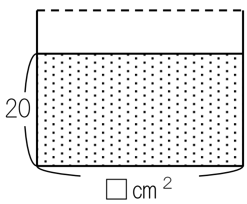


底面積が５０００－４０００＝１０００（㎠）大きくなると，１分間に容器にたまる水の量は２００００－１５０００＝５０００増えるということから，１０００㎠の底面に対応する穴からは５０００の水が流れ出て，つまりは１㎠の底面に対応する穴から５の水が流れ出ます。

よって，給水管から１分間に注がれる水の量は，２００００＋４０００×５＝４００００です。穴から４００００の水が１分間に流れ出るのは，底面積が４００００÷５＝８０００（㎠）のときです。

（２）５分１５秒＝$5\frac{1}{4}$分で満水になるので，１分間で１０５÷$5\frac{1}{4}$＝２０の深さの水が容器にたまります。底面積を□㎠とすると，１分間にたまる水の量は，□×２０です。また，（給水管から注がれる水の量－穴から流れ出る水の量）に注目すると，４００００－□×５です。□×２０＝４００００－□×５より，□×２５＝４００００となるので，□＝１６００（㎠）です。

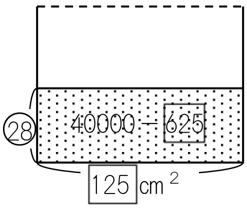
図③



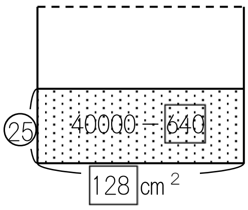
最難関問題

（３）容器Ａの底面積を$\boxed{125}$㎠，容器Ｂの底面積を$\boxed{128}$㎠とすると，１分間に注がれる水の量は図④，⑤のように，４００００－$\boxed{125}$×５＝４００００－$\boxed{625}$，４００００－$\boxed{128}$×５＝４００００－$\boxed{640}$となります。また，１分間に上がる水面の高さは，２５：２８の逆比の㉘：㉕です。

図④ 容器Ａ



図⑤ 容器Ｂ



ここから次の比例式を立てることができます。

（４００００－$\boxed{625}$）:（４００００－$\boxed{640}$）＝（１２５×２８）:（１２８×２５），

（８０００－$\boxed{125}$）:（８０００－$\boxed{128}$）＝３５：３２，

このまま（内項の積）＝（外項の積）で計算をしてもよいのですが，比例式の左側の２つの項の差は，$\boxed{128}$－$\boxed{125}$＝$\boxed{3}$なので，これが比例式の右側の比の差の３５－３２＝３にあたります。よって，８０００－$\boxed{125}$＝$\boxed{35}$，８０００－$\boxed{128}$＝$\boxed{32}$です。８０００＝$\boxed{125}$＋$\boxed{35}$＝$\boxed{160}$なので，$\boxed{1}$＝８０００÷１６０＝５０（㎠）ですから，$\boxed{125}$＝５０×１２５＝６２５０（㎠）が容器Ａの底面積です。１分間に容器Ａにたまる水の量は４００００－６２５０×５＝８７５０，水面は１分間で８７５０÷６２５０＝1.4上がるので，容器Ａが満水になるのにかかる時間は，１０５÷1.4＝７５より，７５分０秒です。