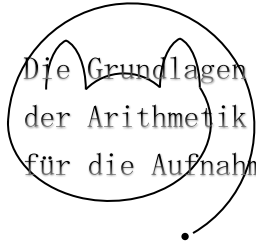


最難関問題

2025と部分分数分解

次の式を計算しなさい。

$$\frac{12}{2025} + \frac{18}{15525} + \frac{24}{102465} + \frac{30}{512325} + \frac{36}{2015145}$$



最難関問題

2025と部分分数分解 $\frac{25}{3245}$

とりあえず2025と15525の最小公倍数を連除法で求めると、

$$\begin{array}{r} 675 \overline{) 2025 \quad 15525} \\ \underline{\quad 3 \quad \quad 23} \end{array}$$

で、 $675 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 = 5 \times 9 \times 15$ と考えると、 $2025 = 3 \times 5 \times 9 \times 15$ で、となりあう数の差が2, 4, 6と増えていく階差数列の積と考えることができます。同様に、

$15525 = 5 \times 9 \times 15 \times 23$ はとなりあう数の差が4, 6, 8と増えていく階差数列の積です。

よって、 $\frac{12}{2025} + \frac{18}{15525} = \frac{12}{3 \times 5 \times 9 \times 15} + \frac{18}{5 \times 9 \times 15 \times 23}$ と考えると、

$$\frac{15-3}{3 \times 5 \times 9 \times 15} + \frac{23-5}{5 \times 9 \times 15 \times 23} = \frac{1}{3 \times 5 \times 9} - \frac{1}{5 \times 9 \times 15} + \frac{1}{5 \times 9 \times 15} - \frac{1}{9 \times 15 \times 23}$$

で、 $\frac{1}{5 \times 9 \times 15}$ を打ち消しあうことができます。以降も同様に、

102465を $9 \times 15 \times 23$ で割ると33となるので、

$$\frac{24}{102465} = \frac{33-9}{9 \times 15 \times 23 \times 33} = \frac{1}{9 \times 15 \times 23} - \frac{1}{15 \times 23 \times 33}$$

512325を $15 \times 23 \times 33$ で割ると45となるので、

$$\frac{30}{512325} = \frac{45-15}{15 \times 23 \times 33 \times 45} = \frac{1}{15 \times 23 \times 33} - \frac{1}{23 \times 33 \times 45}$$

2015145を $23 \times 33 \times 45$ で割ると59となるので、

$$\frac{36}{2015145} = \frac{59-23}{23 \times 33 \times 45 \times 59} = \frac{1}{23 \times 33 \times 45} - \frac{1}{33 \times 45 \times 59}$$

$$\frac{12}{2025} + \frac{18}{15525} + \frac{24}{102465} + \frac{30}{512325} + \frac{36}{2015145}$$

$$= \frac{1}{3 \times 5 \times 9} - \frac{1}{33 \times 45 \times 59} = \frac{649-1}{33 \times 45 \times 59} = \frac{648}{33 \times 45 \times 59} = \frac{24}{11 \times 5 \times 59} = \frac{24}{3245}$$