# 最難関問題

連続する整数への分解の最多数・２

整数１５を連続する整数の和に分解する方法は，１＋２＋３＋４＋５，４＋５＋６，７＋８の３通りがあります。このとき，最も多くの連続する整数の和に分解すると，１～５の５個の整数に分解できます。以下の問いに答えなさい。

（１）最も多くの連続する整数の和に分解すると，１５個の整数に分解できる整数のなかで，奇数であるものをすべて答えなさい。

（２）最も多くの連続する整数の和に分解すると，１５個の整数に分解できる整数のなかで，１００００以下の偶数であるものをすべて答えなさい。

受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

# 最難関問題

連続する整数への分解の最多数・２

（１）１３５，１６５，１９５

（２）１２０，１５０，１８０，２４０，４８０，９６０，１９２０，３８４０，７６８０

（１）□を奇数として，（□×１５）に積分解できる整数を考えます。

□≦７の場合

　□≦７の場合，□を平均とする１５個の連続する整数はないので，条件を満たしません。□は９以上です。

１７≦□≦２９の場合

　１５を平均とする１７～２９個の連続する整数の和に分解できるので，条件を満たしません。

３１≦□の場合

　□＝３１の場合，１５を平均とする３１個の連続する整数の和はありませんが，
３１×１５＝（３１÷２）×（１５×２）＝１５.５×３０となって，１５.５を平均とする３０個の整数（１＋２＋３＋…＋２９＋３０）に分解できます。□＝３３，３５，…の場合も同様に３０個の連続する整数の和に分解できるので，条件を満たしません。

□＝９，１１，１３の場合

　９×１５，１１×１５，１３×１５については，△×（１５より大きい奇数）の形に変形できないので，１５個の整数への分割が最多となります。よって，１３５，１６５，１９５です。

□＝１５の場合

　１５×１５＝２５×９＝１２.５×１８より，１８個の整数への分割が最多となります。

　以上より，１３５，１６５，１９５が答えとなります。

# 最難関問題

（２）△を奇数として，△×２×…×２×１５という形で考えます。

**△＝１の場合**

１×２×…×２×１５＝２×…×２×１５です。ここで，２×１５，２×２×１５＝４×１５の場合は，２や４を平均とする１５個の連続する整数はないので，条件を満たしません。

２×２×２×１５＝８×１５以上の場合は，１５個の連続する整数に分解できます。それ以外では，２×２×２×１５＝２４×５＝４０×３となって，５個および３個の連続する整数に分解されるのみなので，１５個の分解が最多となります。よって，２×２×２×１５＝１２０から順に２倍してくことで現れる整数の，１２０，２４０，４８０，９６０，１９２０，３８４０，７６８０が答えとなります。

**△＝３の場合**

３×２×…×２×１５において，３×２×１５＝６×１５の場合は，１５個の整数に分解できません。
３×２×２×１５＝１２×１５は，１５個の整数への分解が最多です。
３×２×２×２×１５＝８×４５＝２２.５×１６は，１６個の整数への分解が最多です。
３×２×２×２×２×１５＝１６×４５＝２２.５×３２は，３２個の整数への分解が最多です。
また，３×２×…×２×１５＝２×…×２×４５となるので，
２×２×２×２×２×４５＝３２×４５以上となると，４５個の連続する整数に分解できます。
よって，１２×１５＝１８０が答えとなります。

**△＝５の場合**

５×２×１５の場合，６×２５＝１２.５×１２等となって，１５個より多くの整数には分解できません。

５×２×２×１５では，１２×２５＝１２.５×２４で２４個の整数に分解できます。

５×２×２×２×１５では，２４×２５で２５個の整数に分解でき，以降×２の数が増えても２５個の整数に分解できます。よって，５×２×１５＝１５０が答えとなります。

**７≦△の場合**

７×２×１５＝２１×１０＝１０.５×２０となって，２０個の整数の和に分解でき，
７×２×２×１５＝２１×２０，７×２×２×２×１５＝２１×４０，…は２１個の整数の和に分解できます。よって，△＝７の場合は必ず，１５個より多い整数の和に分解できます。△が９以上の場合も同様で，△×２×…×２×１５＝（△×３）×（２×…×２×５）は，（△×３）個か（２×…×２×５）の２倍の個数に分解できるので，１５個より多くの整数に分解できます。

以上より，１２０，１５０，１８０，２４０，４８０，９６０，１９２０，３８４０，７６８０です。