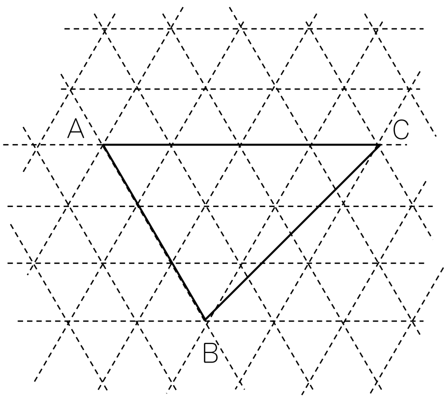
受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

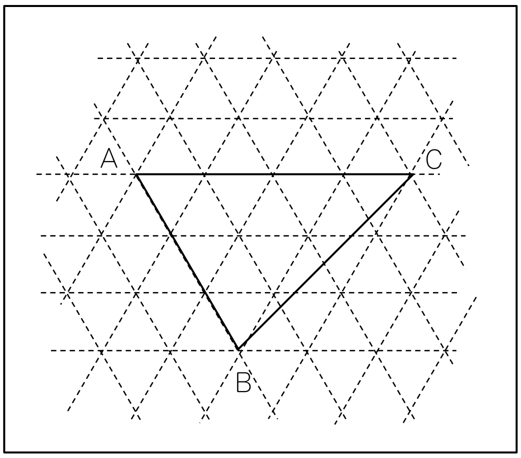
最難関問題

外接円の作図と求積・１

１辺が１㎝の正三角形を敷きつめた平面上に，下の図のように三角形ＡＢＣをかきました。



（１）コンパスと直定規を用いて，３つの頂点Ａ，Ｂ，Ｃを通過する円を作図しなさい。



（２）（１）で作図した円の中心をＯとします。三角形ＢＣＯの面積は，１辺が１㎝の正三角形の面積の何倍ですか。

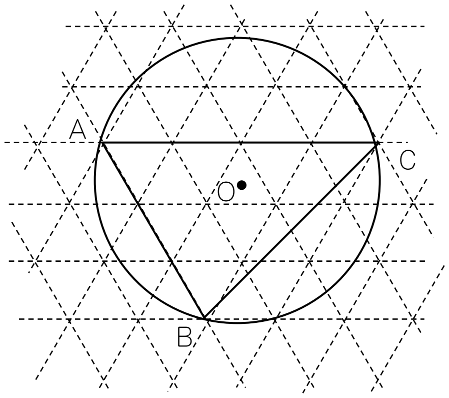
最難関問題

外接円の作図と求積・１　（１）解説の図③参照　（２）$4\frac{1}{3}$倍

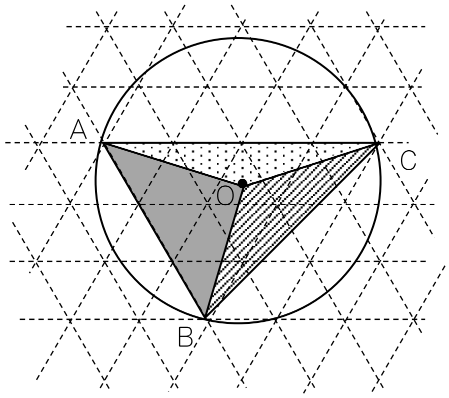
（１）いわゆる三角形の「外接円」の作図の問題です。三角形ＡＢＣの外接円は，おおむね図①のようになると考えられます。点Ｏは外接円の中心です。図②のようにＯＡ，ＯＢ，ＯＣは円の半径なので長さが等しいため，三角形ＡＢＯ，ＢＣＯ，ＡＣＯは二等辺三角形です。

二等辺三角形は，底辺の中点と頂角を結ぶ線が底辺と垂直に交わるので，正三角形を敷きつめた目を利用して,図③のように円の中心Ｏを作図できます。あとはＯにコンパスの針を刺して,円を描きます。なお，コンパスを利用して辺ＡＢ，ＢＣ，ＣＡの垂直二等分線を作図しても構いません。

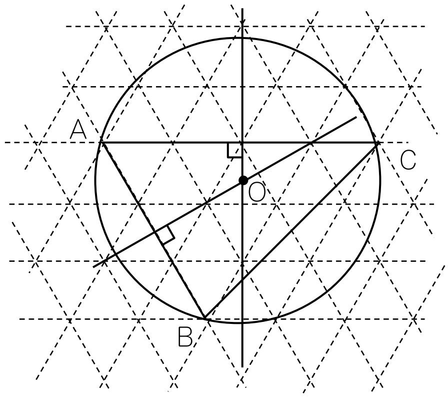
図①



図②



図③　※直角マークは不要



最難関問題

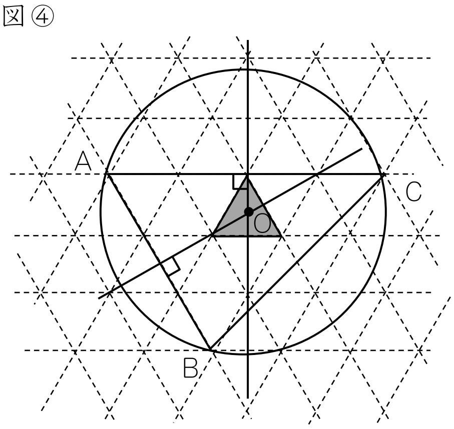
（２）図④のかげをつけた正三角形を拡大すると，図⑤になります。図⑤の斜線部分の三角形は内角の大きさが９０度・６０度・３０度の直角三角形なので，１：２の長さの関係が成り立ちます。

よって，図⑥において三角形ＡＣＯは１辺１㎝の正三角形と比べると，底辺ＡＣの長さが４倍，高さが$\frac{2}{3}$倍なので，面積は$4 \times \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$（倍）です。また，三角形ＡＢＯは１辺１㎝の正三角形と比べると，底辺ＡＢの長さが３倍，高さが$1\frac{2}{3}$倍なので，面積は$3 \times 1\frac{2}{3} = 5$（倍）です。

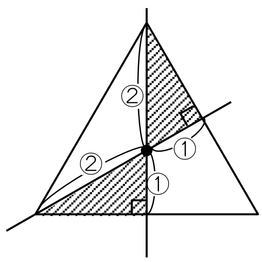
三角形ＡＢＣの面積は１辺１㎝の正三角形の４×３＝１２（倍）なので，三角形ＢＣＯの面積は，

$12 - \left(\frac{8}{3} + 5\right) = 4\frac{1}{3}$（倍）です。

図④



図⑤



図⑥