

N進法と桁入れかえ

次の問いに答えなさい。

- (1) 6進法において、3つの数2, 4, 5を並びかえてできる6つの3桁の整数の和を、10進法で表しなさい。
- (2) 8進法において、0を除く3つの異なる数を並びかえてできる6つの3桁の整数の和を、10進法で表すと1752になりました。このとき、3つの数の組み合わせとして考えられるものは何通りありますか。
- (3) 7進法において、0を除く4つの異なる数を並びかえてできる4桁の整数の和を□, 9進法において、0を除く4つの異なる数を並びかえてできる4桁の整数の和を△とします。□×4.1=△となるとき、□の値をして考えられるものをすべて答えなさい。

N進法と桁入れかえ

(1) 946 (2) 5通り (3) 24000, 26400, 28800, 31200

(1) 6進法では下から順に1の位, 6の位, $6 \times 6 = 36$ の位となります。2, 4, 5を並びかえてできる6つの整数は,

245

254

425

452

524

542

で, 2, 4, 5はそれぞれ各位に2回ずつ現れることから, 6つの整数の和は,

$(2 + 4 + 5) \times 2 \times (36 + 6 + 1) = 946$ です。

(2) a, b, cはそれぞれ各位に2回ずつ現れることから, 6つの整数の和は,

$(a + b + c) \times 2 \times (8 \times 8 + 8 + 1) = (a + b + c) \times 146 = 1752$ です。

$a + b + c = 1752 \div 146 = 12$ より, 12を1以上7以下の3つの異なる整数に和分解します。

条件を満たすのは, $1 + 4 + 7$, $1 + 5 + 6$, $2 + 3 + 7$, $2 + 4 + 6$, $3 + 4 + 5$ の5通りです。

(3) 7進法において a, b, c, d を並びかえてできる整数は $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (個) あるので, a, b, c, d はそれぞれ各位に $24 \div 4 = 6$ (回) 現れます。よって, 24個の整数の和は,
 $(a + b + c + d) \times 6 \times (7 \times 7 \times 7 + 7 \times 7 + 7 + 1) = (a + b + c + d) \times 6 \times 400$ です。
同様に, 9進法において e, f, g, h を並びかえてできる24個の整数の和は,
 $(e + f + g + h) \times 6 \times (9 \times 9 \times 9 + 9 \times 9 + 9 + 1) = (e + f + g + h) \times 6 \times 820$ です。

$$(a + b + c + d) \times 6 \times 400 \times 4.1 = (e + f + g + h) \times 6 \times 820,$$

$$(a + b + c + d) \times 6 \times 2 \times 820 = (e + f + g + h) \times 6 \times 820,$$

$$(a + b + c + d) \times 2 = (e + f + g + h)$$

ここで, $a + b + c + d$ は $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ 以上, $3 + 4 + 5 + 6 = 18$ 以下,

$e + f + g + h$ は 10 以上, $5 + 6 + 7 + 8 = 26$ 以下なので,

$a + b + c + d$ の2倍が $e + f + g + h$ となるのは, $a + b + c + d$ が 10 以上 13 以下の場合です。

よって,

$$10 \times 6 \times 400 = 24000,$$

$$11 \times 6 \times 400 = 26400,$$

$$12 \times 6 \times 400 = 28800,$$

$$13 \times 6 \times 400 = 31200, \text{ です。}$$