

最難関問題

厚みのある窓・3

図1のように、厚さ1 mの壁を持つ建物があり、壁には1辺の長さが2 mの正方形の形をした窓があります。窓は地面から3 mの高さにあり、1組の辺が地面と平行になっています。また、建物の外には街灯がまっすぐ立っていて、街灯の光は窓を通して建物の床を照らします。建物の床は地面と同じ高さです。また、建物は十分に広いため、街灯の光が建物の内側の壁を照らすことはありません。

図1

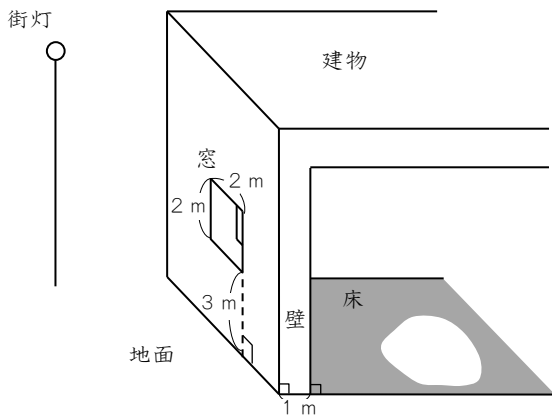
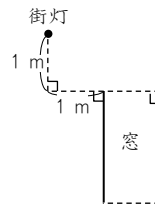


図2



(1) 街灯の高さが6 mで、真上から見たときに窓に対して図2の位置に立っているとき、建物の床の照らされる部分の面積は何  $m^2$  ですか。

(2) 建物の床の照らされる部分が、真上から見たときに壁に対して図3のような位置にある台形になりました。このとき、街灯の高さは何 m ですか。また、街灯と窓の位置を、図2にならって図4にわかるようにかき込みなさい。

図3

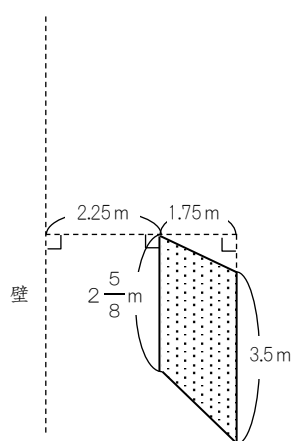
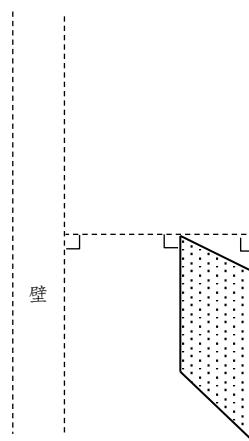


図4



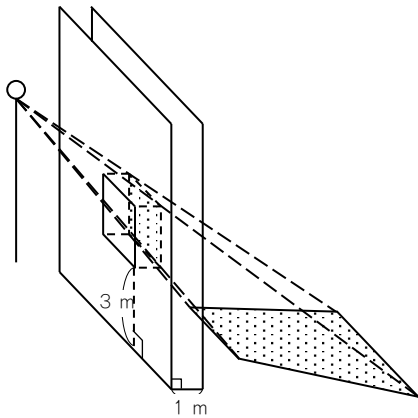
最難関問題

厚みのある窓・3 (1)  $5\text{ m}^2$  (2) 高さ…7 m, 位置…解説の図⑫参照

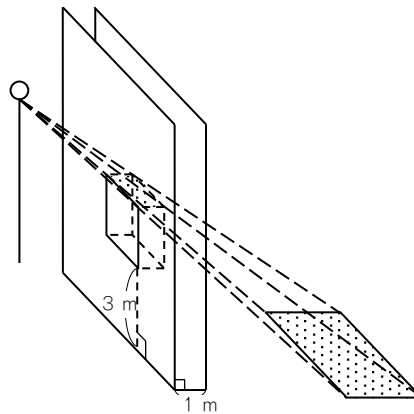
(1) 窓の外側の枠を外枠, 内側の枠を内枠と呼ぶことにします。街灯の光は, この2つの枠の内側を通過することで, 床を照らします。そこで, 外枠と内枠について別々に, 壁の厚みにさえぎられることなく通る光を考えます。例えば内枠の場合, 床に届く光は図①のような台形になります。台形の上底と下底の長さは, 街灯と窓枠の高さによって決まるので, 外枠と内枠に共通します。

そこで, 窓の上の部分を上枠, 下の部分を下枠と呼ぶことにして, 壁が透明であったときのこれらの影を考えます。図②は上枠の場合で, 上枠の影は上枠と相似な長方形になります。

図①

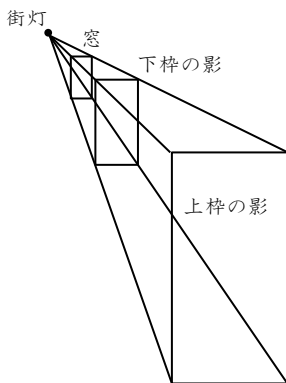


図②

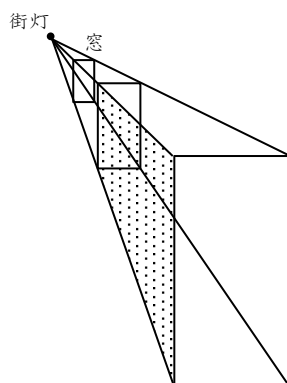


真上から見た図では, 下枠と上枠の影は図③のようになります。外枠を通る光は図④, 内枠を通る光は図⑤の台形の部分を照らすので, 実際に照らされる部分は両方の台形が重なる図⑥の台形の部分となります。

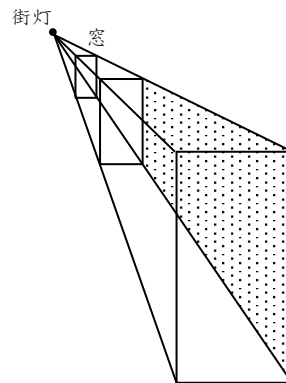
図③



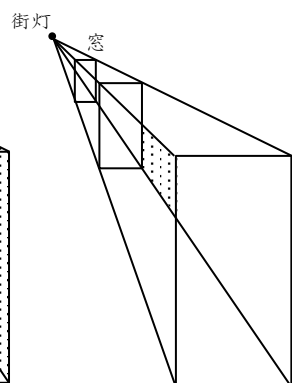
図④



図⑤



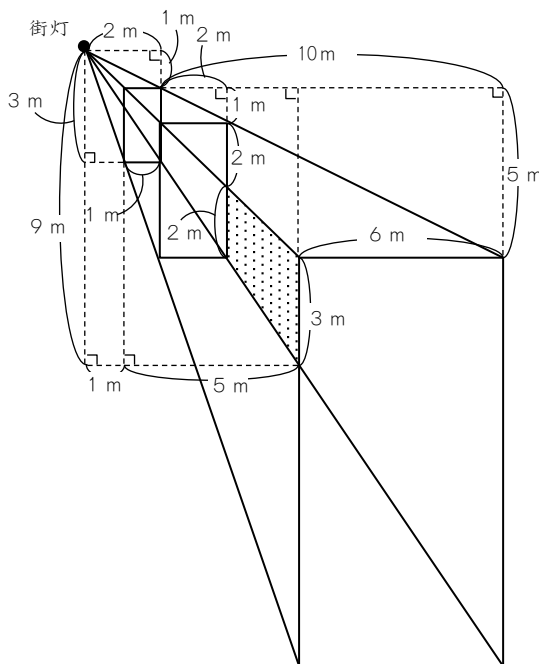
図⑥



### 最難関問題

以上の仕組みを踏まえて、(1)について真上から見た図をかいてみます。街灯と上枠の高さの比は、 $6 : (2 + 3) = 6 : 5$ ですから、光が上枠にあたるまでの距離と上枠にあたってから床に届くまでの距離の比は  $1 : 5$ ，街灯と下枠の高さの比は  $6 : 3 = 2 : 1$  ですから、光がした枠にあたるまでの距離と下枠にあたってから床に届くまでの距離の比は  $1 : 1$  です。よって、図⑦のようになります。

図⑦



床の上の光があたる部分の面積は、 $(2 + 3) \times 2 \times \frac{1}{2} = 5 \text{ (m}^2\text{)}$  です。

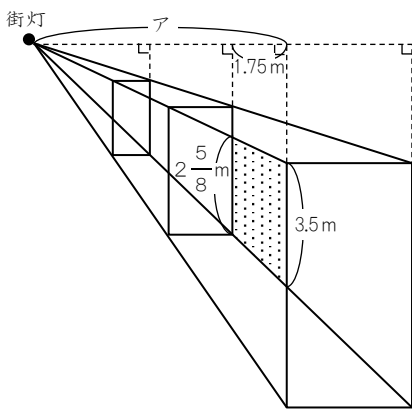
最難関問題

(2) 真上から見た図⑧において、 $3.5 : 2\frac{5}{8} = 4 : 3$ なので、アの長さは $1.75 \times \frac{4}{4-3} = 7$  (m)で

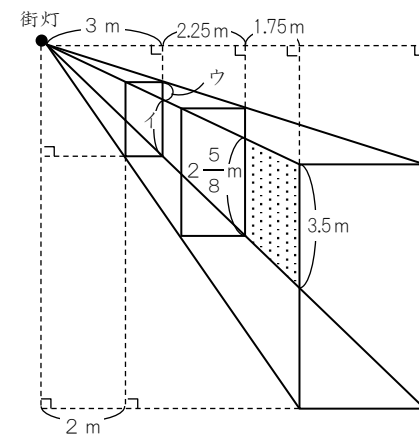
す。よって、図⑨のように長さがわかります。イの長さは $2\frac{5}{8} \times \frac{3}{5.25} = 1.5$  (m)、ウの長さは

$2 - 1.5 = 0.5$  (m)です。図⑩において影をつけた三角形は1 : 3の相似なので、エの長さは $0.5 \times \frac{3}{1} = 1.5$  (m)です。

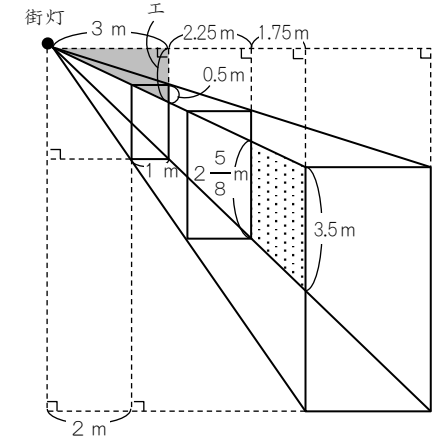
図⑧



図⑨



図⑩

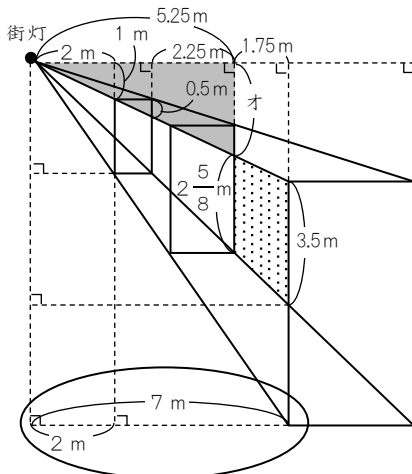


図⑩において影をつけた三角形の直角をはさむ2辺の長さの比は2 : 1なので、オの長さは

$5.25 \times \frac{1}{2} = 2\frac{5}{8}$  (m)です。よって、窓と街灯の位置は図⑪のようになります。また、街灯の高さは

は、図⑪の○で囲った部分に注目をして、上枠の高さが5mであることから、 $5 \times \frac{7}{7-2} = 7$  (m)です。

図⑪



図⑫

