最難関問題

回文数（奇数桁）の分布

　１３１，５５０５５のように，左から見ても右から見ても数の並びが同じ整数を「回文数」といいます。２桁の回文数は１１，２２，３３，４４，５５，６６，７７，８８，９９の９個です。このとき，「隣りあう回文数の差」は２２－１１＝１１，３３－２２＝１１，…，９９－８８＝１１となってすべて１１なので，１１が８個となります。

（１）隣りあう３桁の回文数の差は，何が何個ありますか。

（２）隣りあう５桁の回文数の差は，何が何個ありますか。

（３）隣りあう９桁の回文数の差は，何が何個ありますか。

受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

回文数（奇数桁）の分布

（１）１０が８１個，１１が８個

（２）１００が８１０個，１１０が８１個，１１が８個

（３）１００００が８１０００個，１１０００が８１００個，１１００が８１０個，
　　１１０が８１個，１１が８個

（１）３桁の回文数ａｂａは，ａにあてはまる整数が１～９の９通り，ｂにあてはまる整数が０～９の１０通りあるので，９×１０＝９０（個）あります。よって，隣りあう回文数の差は，９０－１＝８９（個）あります。

　３桁の最小の回文数１０１から順に考えると，１０１，１１１，１２１，…，１９１までは，隣りあう回文数の差は１０で９個あり，１９１と２０２の差は１１です。２０２から先も同様なので，下のようになります。

101，111，…，191，202，212，…，898，909，…，999

10　10　10　11　10　10　10　11　10　10

９個　１個　１個　９個

　よって，１０が９×９＝８１（個），１１が８個です。

（２）５桁の回文数ａｂｃｂａは，ａにあてはまる整数が１～９の９通り，ｂおよびｃにあてはまる整数が０～９の１０通りずつあるので，９×１０×１０＝９００（個）あります。よって，隣りあう回文数の差は，９００－１＝８９９（個）あります。

（１）で考えたことを利用するために，ａ＝１の場合のｂｃｂについて考えると，次のようになります。

000，010，…，090，101，111，…，898，909，…，999

10　10　10　11　10　10　10　11　10　10

９個　１個　１個　９個

ここでの１０とは実際には１００，１１は実際には１１０ですから，１００が９×１０＝９０（個），１１０が９個となります。そして，１９９９１と２０００２の差は１１です。

最難関問題

こうして，次の図のように差は並びます。

1bcb1

$\underbrace{100 \cdots 100}_{9\text{個}}$ 110 … 110 $\underbrace{100 \cdots 100}_{9\text{個}}$

100 が 90 個，110 が 9 個

11

2bcb2

$\underbrace{100 \cdots 100}_{9\text{個}}$ 110 … 110 $\underbrace{100 \cdots 100}_{9\text{個}}$

100 が 90 個，110 が 9 個

11 …

よって，隣りあう５桁の回文数の差は，１００が９０×９＝８１０（個），１１０が９×９＝８１（個），１１が８個です。

（３）同様に考えて，９桁の隣りあう回文数の差は，

１００００が８１０００個，１１０００が８１００個，１１００が８１０個，１１０が８１個，１１が８個となります。