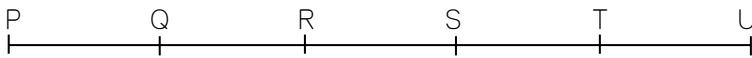


## 最難関問題

### 速さと比のパズル

一本道にそってP, Q, R, S, T, Uの6つの地点があります。下の図では6つの地点が等間隔どうかんかくになっていますが、実際に等間隔であるとはかぎりません。



AさんとBさんは同時にP地点を出発してU地点に向かいます。PQ間, RS間, TU間はAさんの方が速く進み、残りの区間はBさんのほうが速く進みます。

(1) Q, R, S, T地点をAさんとBさんが通過する時間の差がすべて等しくなりました。

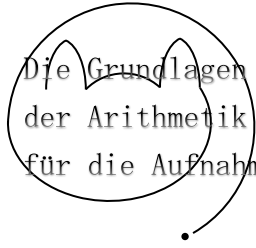
① T地点に先に着いたのはAさんとBさんのどちらですか。

② それぞれの区間において、速いほうの人と遅いほうの人の進む速さの比が4 : 3となりました。AさんがPQ間, QR間, RS間, ST間を進むのにかかった時間の比を求めなさい。

(2) Q, R, S, T, U地点をAさんとBさんが通過・到着する時間の差が2 : 1 : 6 : 3 : 2となりました。

① Q, R, S, T, U地点に先に着いた人の組合せとして考えられるものをすべて答えなさい。例えば, Q, R, S地点にはBさんが, T, U地点にはAさんが先に着いたと考えられる場合は, (B, B, B, A, A)と答えなさい。

② それぞれの区間において、速いほうの人は分速76mで進み、遅いほうの人は分速57mで進んだとき、AさんがPQ間, QR間, RS間, ST間, TU間を進むのにかかった時間の比として考えられるものを求めなさい。また、PQ間, QR間, RS間, ST間, TU間の距離の比として考えられるものを求めなさい。



## 最難関問題

### 速さと比のパズル

(1) ① Bさん ② 3 : 8 : 6 : 8

(2) ① (A, A, A, B, A), (A, A, A, B, B), (A, B, A, B, A), (A, B, A, B, B)

② 時間の比… 6 : 4 : 15 : 36 : 15, 6 : 4 : 15 : 36 : 3, 2 : 4 : 7 : 12 : 5,

2 : 4 : 7 : 12 : 1

距離の比… 2 : 1 : 5 : 9 : 5, 2 : 1 : 5 : 9 : 1, 2 : 3 : 7 : 9 : 5, 2 : 3 : 7 : 9 : 1

(1) ①

Q地点に先に着くのは明らかにAさんです。R地点に先に着くのがAさんとする、QR間はBさんの方が短時間で進むので、時間の差が縮まっているはずですから、時間の差は等しくなりません。R地点に先に着くのがBさんとする、BさんはQR間でAさんを追いこしてQ地点と等しい時間の差をつけて先にR地点に着くと考えられます。よって、R地点に先に着いたのはBさんです。以降も同様に考えると、S地点に先に着いたのはAさん、T地点に先に着いたのはBさんです。

(1) ②

速いほうの人と遅いほうの人がそれぞれの区間を進むのにかかる時間の比は、速さの比4 : 3の逆比の3 : 4です。PQ間をAさんが進むのにかかった時間を3、Bさんは4とすると、時間の差は4 - 3 = 1です。BさんはQR間でAさんに追いついたうえで1の時間差をつけなければならないので、QR間を進む時間はBさんのほうがAさんよりも1 + 1 = 2短いことになります。よって、QR間をAさんが進むのにかかった時間を8、Bさんを6とすれば条件を満たします。以降も同様に考えると、次の表にまとめることができます。

区間	PQ間	QR間	RS間	ST間
Aさん	3	8	6	8
Bさん	4	6	8	6

よって、AさんがPQ間、QR間、RS間、ST間を進むのにかかった時間の比は3 : 8 : 6 : 8です。

## 最難関問題

(2) ①

Q地点に先に着くのは明らかにAさんです。

**R地点に先に着くのがAさんの場合**

QR間はBさんの方が速く進んだので時間差は縮んだものの、R地点に先に着いたのはAさんということになります。RS間はAさんの方が速く進んだので、時間差が広がって先にAさんがS地点に着きます。

T地点に先にAさんが着いた場合、ST間はBさんが速く進んだので時間差は縮んだものの、T地点に先に着いたのはAさんということになります。すると、TU間はAさんの方が速く進むので、時間差は広がらなければなりません。よって、条件にあいません。

T地点に先にBさんが着いた場合、ST間でBさんはAさんを追いこし、S地点よりは小さい時間差をつけてT地点に着いたことになります。TU間はAさんのほうが速く進むので、AさんがBさんを追いこして先にU地点に着いたものの、時間差はさらに縮んだ場合と、Bさんが先にU地点に着いたので時間差は縮んだ場合を考えることができます。よって、(A, A, A, B, A), (A, A, A, B, B)が条件を満たします。

**R地点に先に着くのがBさんの場合**

QR間でBさんは速く進んでAさんを追いこしたものの、時間差は縮んだということになります。RS間はAさんの方が速く進み、時間差も広がっているため、AさんはBさんを追いこしてS地点に先に着きます。

T地点に先にAさんが着いた場合、上で考えた場合と同じ理由で条件にあいません。

T地点に先にBさんが着いた場合、上で考えた場合と同様にしてU地点にはAさんが先に着く場合とBさんが先に着く場合を考えることができます。よって、(A, B, A, B, A), (A, B, A, B, B)が条件を満たします。



## 最難関問題

(2) ②

$76 : 57 = 4 : 3$ より、(1) ②と同様に考えて、時間の比について以下の4通りが考えられます。

(A, A, A, B, A)の場合

区間	PQ間	QR間	RS間	ST間	TU間
Aさん	6	4	15	36	15
Bさん	8	3	20	27	20

AさんがPQ, QR, RS, ST, TU間を進むのにかかった時間の比は $6 : 4 : 15 : 36 : 15$ 、距離の比は $4 \times 6 : 3 \times 4 : 4 \times 15 : 3 \times 36 : 4 \times 15 = 2 : 1 : 5 : 9 : 5$ です。

(A, A, A, B, B)の場合

区間	PQ間	QR間	RS間	ST間	TU間
Aさん	6	4	15	36	3
Bさん	8	3	20	27	4

AさんがPQ, QR, RS, ST, TU間を進むのにかかった時間の比は $6 : 4 : 15 : 36 : 3$ 、距離の比は $4 \times 6 : 3 \times 4 : 4 \times 15 : 3 \times 36 : 4 \times 3 = 2 : 1 : 5 : 9 : 1$ です。

(A, B, A, B, A)の場合

区間	PQ間	QR間	RS間	ST間	TU間
Aさん	6	12	21	36	15
Bさん	8	9	28	27	20

AさんがPQ, QR, RS, ST, TU間を進むのにかかった時間の比は $6 : 12 : 21 : 36 : 15$   
 $= 2 : 4 : 7 : 12 : 5$ 、距離の比は $4 \times 2 : 3 \times 4 : 4 \times 7 : 3 \times 12 : 4 \times 5 = 2 : 3 : 7 : 9 : 5$ です。

(A, B, A, B, B)の場合

区間	PQ間	QR間	RS間	ST間	TU間
Aさん	6	12	21	36	3
Bさん	8	9	28	27	4

AさんがPQ, QR, RS, ST, TU間を進むのにかかった時間の比は $6 : 12 : 21 : 36 : 3$   
 $= 2 : 4 : 7 : 12 : 1$ 、距離の比は $4 \times 2 : 3 \times 4 : 4 \times 7 : 3 \times 12 : 4 \times 1 = 2 : 3 : 7 : 9 : 1$ です。