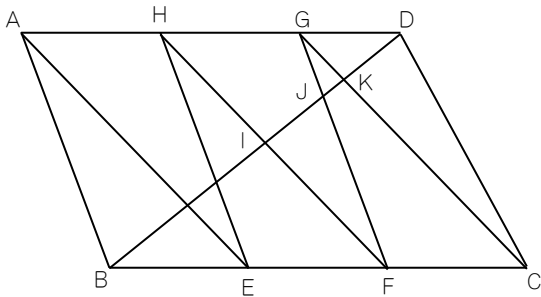


等積変形と面積比

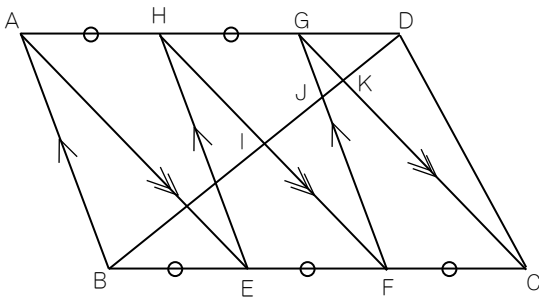
下の図の四角形 $A B C D$ は、辺 $A D$ と $B C$ が平行な台形で、 $A H = H G = B E = E F = F C$ です。三角形 $G J K$ と $F I J$ と $C D K$ の面積の比が $1 : 9 : 12$ のとき、辺 $A D$ と $B C$ の長さの比を求めなさい。



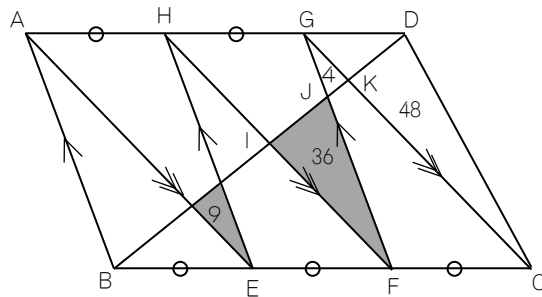
等積変形と面積比 8 : 9

図①のように平行な関係が成り立ちます。図②のかげをつけた2つの三角形は1 : 2の相似形なので、面積の比は $(1 \times 1) : (2 \times 2) = 1 : 4$ です。ここから面積の比を図のように揃えます。

図①

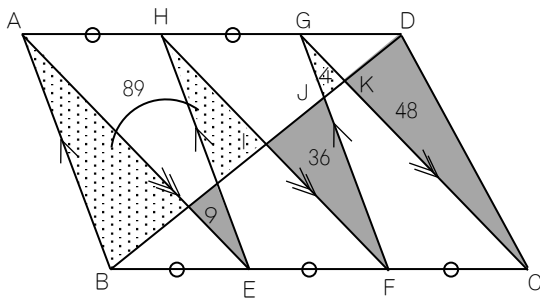


図②

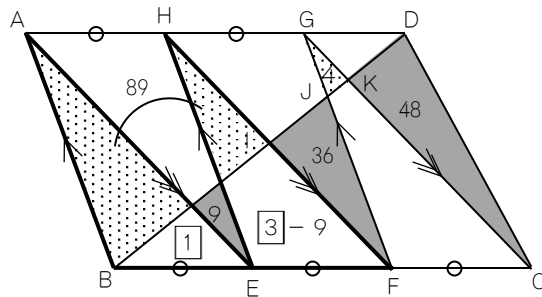


図③のかげをつけた部分の面積の和と、あみ目の部分の面積の和は等しく、どちらも $9 + 36 + 48 = 93$ です。さらに図④の面積の関係が成り立つので、太線で囲んだ2つの三角形 ABE と HEF の面積の和は $\boxed{1} + \boxed{3} - 9 + 89 = \boxed{4} + 80$ ，三角形 GFC の面積はその半分で， $\boxed{2} + 40$ です。

図③

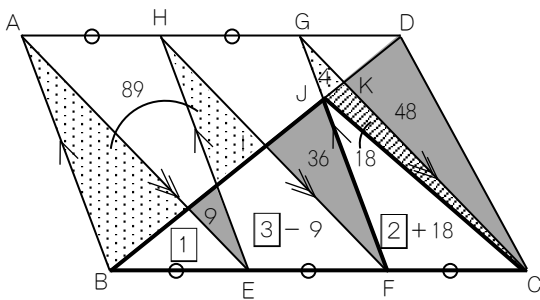


図④



図⑤のように太線で分けて考えると、三角形JFCの面積は、 $(\boxed{1} + 9 + \boxed{3} - 9 + 36) \div 2 = \boxed{2} + 18$ なので、斜線部分の三角形JCKの面積は、 $(\boxed{2} + 40) - (4 + \boxed{2} + 18) = 18$ です。よって、 $GK : KC = 4 : 18 = 2 : 9$ です。図⑥のあみ目の相似より、 $(3 + 3 + 2) : (3 + 3 + 3) = 8 : 9$ です。

図⑤



図⑥

