受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

調和数列

　数を左から順に，

　　　１０.５，１２，１４，…

のように並べていきます。１０.５，１２，１４という３つの数の間には，

１０.５：１４＝（１２－１０.５)：(１４－１２)

という関係が成り立ちます。以降もとなりあう３つの数の間に，(両端の数の比）＝（両端の数と真ん中の数の差の比）という関係が成り立つように数を並べていきます。ただし，数は左から右にむけて，常に大きくなっていくか，小さくなっていくかのいずれかとします。このようにしてできる数列を，「調和数列」といいます。

（１）１０.５，１２，１４，…という調和数列について，次の問いに答えなさい。

　①　左から４番目に並ぶ数を答えなさい。

　②　１４より右側に並ぶ数を，順に最後まで答えなさい。

（２）0.4，$\frac{5}{11}$，$\frac{10}{19}$，…という調和数列の$\frac{10}{19}$より右側に並ぶ数を，順に最後まで答えなさい。

（３）$\frac{1}{271}$，○，△，□，$\frac{5}{1331}$，…という調和数列に並ぶ最後の数を答えなさい。

受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

調和数列

（１）①１６.８　②１６.８，２１，２８，４２，８４

（２）０.６２５，$\frac{10}{13}$，１，$1\frac{1}{7}$，２.５，１０

（３）１

（１）

①　１２，１４，□とすると，

１２：□＝（１４－１２）:（□－１４），

１２：□＝２：（□－１４），となるので，

□＝（□－１４）×６＝□×６－８４，

□×５＝８４，

□＝８４÷５＝１６.８です。

②　①と同じように続けていくと，１６.８，２１，２８，４２，８４となります。８４の次の数を□とすると，

４２：□＝（８４－４２）:（□－８４），

４２：□＝４２：（□－８４），となるので，

□＝□－８４，となって，□にあてはまる数はありません。よって，８４が最後の数となります。

（２）（１）と同様に考えて，０.６２５，$\frac{10}{13}$，１，$1\frac{1}{7}$，２.５，１０です。

最難関問題

（３）（１）の数列は，$\dfrac{84}{7}$，$\dfrac{84}{6}$，$\dfrac{84}{5}$，$\dfrac{84}{4}$，$\dfrac{84}{3}$，$\dfrac{84}{2}$，$\dfrac{84}{1}$，

（２）の数列は，$\dfrac{10}{25}$，$\dfrac{10}{22}$，$\dfrac{10}{19}$，$\dfrac{10}{16}$，$\dfrac{10}{13}$，$\dfrac{10}{10}$，$\dfrac{10}{7}$，$\dfrac{10}{4}$，$\dfrac{10}{1}$，となって，

$\dfrac{（ある数）}{（等差数列）}$という形で表すことができます。

というのも，$\dfrac{\bigcirc}{\square}$，$\dfrac{\bigcirc}{\square+\triangle}$，$\dfrac{\bigcirc}{\square+\triangle\times 2}$ について，

$\dfrac{\bigcirc}{\square}:\dfrac{\bigcirc}{\square+\triangle\times 2}=(\square+\triangle\times 2):\square$，

$\left(\dfrac{\bigcirc}{\square}-\dfrac{\bigcirc}{\square+\triangle}\right):\left(\dfrac{\bigcirc}{\square+\triangle}-\dfrac{\bigcirc}{\square+\triangle\times 2}\right)$

$=\left(\dfrac{\bigcirc\times(\square+\triangle-\square)}{\square\times(\square+\triangle)}\right):\left(\dfrac{\bigcirc\times(\square+\triangle\times 2-\square-\triangle)}{(\square+\triangle)\times(\square+\triangle\times 2)}\right)$

$=\left(\dfrac{\bigcirc\times\triangle}{\square\times(\square+\triangle)}\right):\left(\dfrac{\bigcirc\times\triangle}{(\square+\triangle)\times(\square+\triangle\times 2)}\right)$

$=(\square+\triangle)\times(\square+\triangle\times 2):\square\times(\square+\triangle)$

$=(\square+\triangle\times 2):\square$　となるので，

$\dfrac{\bigcirc}{\square}:\dfrac{\bigcirc}{\square+\triangle\times 2}=\left(\dfrac{\bigcirc}{\square}-\dfrac{\bigcirc}{\square+\triangle}\right):\left(\dfrac{\bigcirc}{\square+\triangle}-\dfrac{\bigcirc}{\square+\triangle\times 2}\right)$ が成り立つからです。

よって数列 $\dfrac{1}{271}$，$\bigcirc$，$\triangle$，$\square$，$\dfrac{5}{1331}$ は，

$\dfrac{5}{1355}$，$\bigcirc$，$\triangle$，$\square$，$\dfrac{5}{1331}$ $\Rightarrow$ $\dfrac{5}{1355}$，$\dfrac{5}{1349}$，$\dfrac{5}{1343}$，$\dfrac{5}{1337}$，$\dfrac{5}{1331}$，

となります。分母の等差数列の最後の数は，１３３１÷６＝２２１余り５より５なので，

$\dfrac{5}{5}=1$です。