

## 最難関問題

### 調和数列

数を左から順に,

$$10.5, 12, 14, \dots$$

のように並べていきます。10.5, 12, 14という3つの数の間には,

$$10.5 : 14 = (12 - 10.5) : (14 - 12)$$

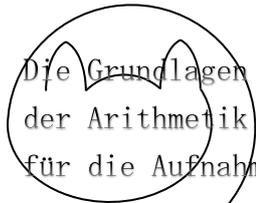
という関係が成り立ちます。以降もとなりあう3つの数の間に、(両端の数の比) = (両端の数と真ん中の数の差の比)という関係が成り立つように数を並べていきます。ただし、数は左から右にむけて、常に大きくなっていくか、小さくなっていくかのいずれかとします。このようにしてできる数列を、「調和数列」といいます。

(1) 10.5, 12, 14, …という調和数列について、次の問いに答えなさい。

- ① 左から4番目に並ぶ数を答えなさい。
- ② 14より右側に並ぶ数を、順に最後まで答えなさい。

(2)  $0.4, \frac{5}{11}, \frac{10}{19}, \dots$ という調和数列の $\frac{10}{19}$ より右側に並ぶ数を、順に最後まで答えなさい。

(3)  $\frac{1}{271}, \bigcirc, \triangle, \square, \frac{5}{1331}, \dots$ という調和数列に並ぶ最後の数を答えなさい。



## 最難関問題

調和数列

(1) ① 16.8    ② 16.8, 21, 28, 42, 84

(2) 0.625,  $\frac{10}{13}$ , 1,  $1\frac{1}{7}$ , 2.5, 10

(3) 1

(1)

- ① 12, 14, □とすると,  
 $12 : \square = (14 - 12) : (\square - 14)$ ,  
 $12 : \square = 2 : (\square - 14)$ , となるので,  
 $\square = (\square - 14) \times 6 = \square \times 6 - 84$ ,  
 $\square \times 5 = 84$ ,  
 $\square = 84 \div 5 = 16.8$ です。

② ①と同じように続けていくと, 16.8, 21, 28, 42, 84となります。84の次の数を□とすると,

$$42 : \square = (84 - 42) : (\square - 84),$$
$$42 : \square = 42 : (\square - 84), \text{ となるので,}$$
$$\square = \square - 84, \text{ となって, } \square \text{ にあてはまる数はありません。よって, } 84 \text{ が最後の数となります。}$$

(2) (1)と同様に考えて,  $0.625, \frac{10}{13}, 1, 1\frac{1}{7}, 2.5, 10$ です。

最難関問題

(3) (1) の数列は,  $\frac{84}{7}, \frac{84}{6}, \frac{84}{5}, \frac{84}{4}, \frac{84}{3}, \frac{84}{2}, \frac{84}{1}$ ,

(2) の数列は,  $\frac{10}{25}, \frac{10}{22}, \frac{10}{19}, \frac{10}{16}, \frac{10}{13}, \frac{10}{10}, \frac{10}{7}, \frac{10}{4}, \frac{10}{1}$ , となって,

(ある数)  
(等差数列) という形で表すことができます。

というのも,  $\frac{\bigcirc}{\square}, \frac{\bigcirc}{\square+\Delta}, \frac{\bigcirc}{\square+\Delta \times 2}$  について,

$$\frac{\bigcirc}{\square} : \frac{\bigcirc}{\square+\Delta \times 2} = (\square+\Delta \times 2) : \square,$$

$$\left(\frac{\bigcirc}{\square} - \frac{\bigcirc}{\square+\Delta}\right) : \left(\frac{\bigcirc}{\square+\Delta} - \frac{\bigcirc}{\square+\Delta \times 2}\right)$$

$$= \left(\frac{\bigcirc \times (\square+\Delta - \square)}{\square \times (\square+\Delta)}\right) : \left(\frac{\bigcirc \times (\square+\Delta \times 2 - \square-\Delta)}{(\square+\Delta) \times (\square+\Delta \times 2)}\right)$$

$$= \left(\frac{\bigcirc \times \Delta}{\square \times (\square+\Delta)}\right) : \left(\frac{\bigcirc \times \Delta}{(\square+\Delta) \times (\square+\Delta \times 2)}\right)$$

$$= (\square+\Delta) \times (\square+\Delta \times 2) : \square \times (\square+\Delta)$$

$$= (\square+\Delta \times 2) : \square \quad \text{となるので,}$$

$$\frac{\bigcirc}{\square} : \frac{\bigcirc}{\square+\Delta \times 2} = \left(\frac{\bigcirc}{\square} - \frac{\bigcirc}{\square+\Delta}\right) : \left(\frac{\bigcirc}{\square+\Delta} - \frac{\bigcirc}{\square+\Delta \times 2}\right) \text{ が成り立つからです。}$$

よって数列  $\frac{1}{271}, \bigcirc, \Delta, \square, \frac{5}{1331}$  は,

$$\frac{5}{1355}, \bigcirc, \Delta, \square, \frac{5}{1331} \Rightarrow \frac{5}{1355}, \frac{5}{1349}, \frac{5}{1343}, \frac{5}{1337}, \frac{5}{1331},$$

となります。分母の等差数列の最後の数は,  $1331 \div 6 = 221$  余り 5 より 5 なので,

$$\frac{5}{5} = 1 \text{ です。}$$