受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

正六角柱の切断・1

底面が正六角形で高さが６㎝の正六角柱を，３点Ｐ，Ｑ，Ｒを通過する平面で切断します。

図１

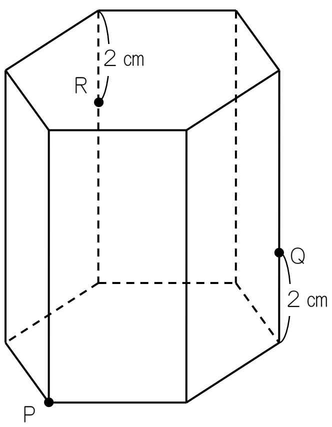
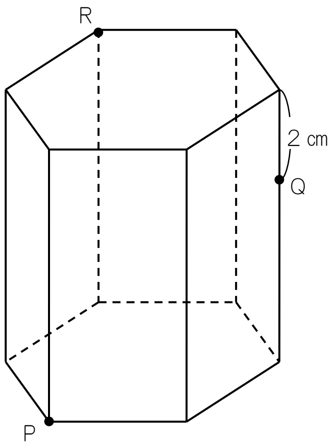


図２



（１）３点Ｐ，Ｑ，Ｒが図１の位置にあるとき，切断によってできる大きいほうの立体と小さいほうの立体の体積の比を求めなさい。

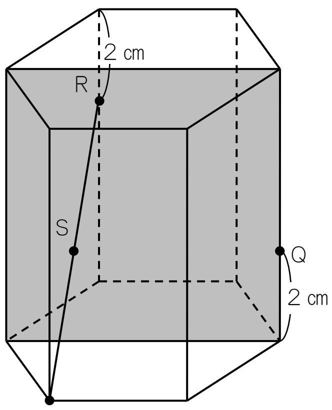
（２）３点Ｐ，Ｑ，Ｒが図２の位置にあるとき，切断によってできる大きいほうの立体と小さいほうの立体の体積の比を求めなさい。

最難関問題

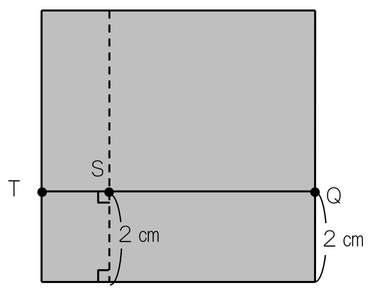
正六角柱の切断・１　（１）２：１　（２）３５９：２８９

（１）図①の影をつけた断面を考えます。まっすぐな線ＲＰと影をつけた断面が交わる点ＳはＲＰの中点なので，点Ｓは底面から（４＋０）÷２＝２（㎝）の高さにあります。断面において図②のように２点Ｑ，Ｓを結び，正六角柱の辺と交わる点をＴとします。Ｔを見取り図にかき，点Ｐ．Ｒと結ぶと，図③のようになります。

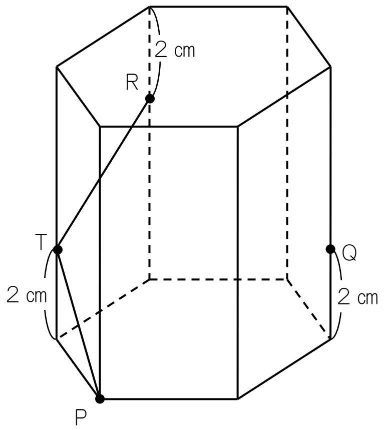
図①



図②



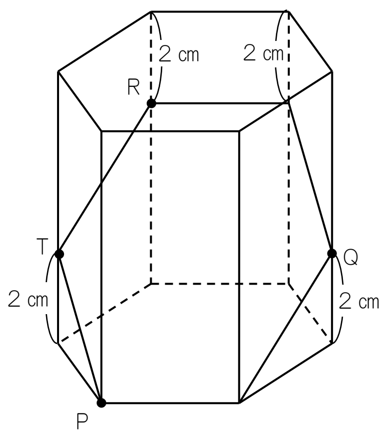
図③



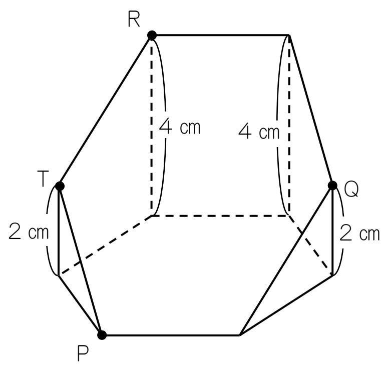
正六角柱の向かい合う面に平行な線をかいていくと，切り口は図④のようになります。このとき，切り口より下にある立体は図⑤のようになり，２個あわせると高さが４㎝の正六角柱になります。よって，４÷２＝２（㎝）の高さの正六角柱と体積は等しいので，その体積はもともとの正六角柱の

２÷６＝$\frac{1}{3}$（倍）ですから，切断によってできる２つの立体の体積の比は，（１－$\frac{1}{3}$）：$\frac{1}{3}$＝２：１です。

図④



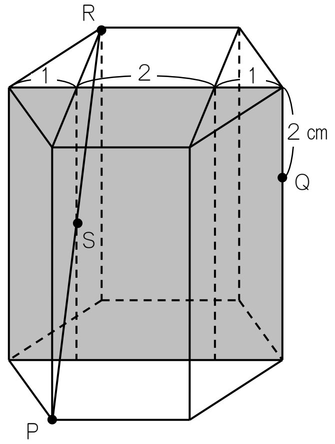
図⑤



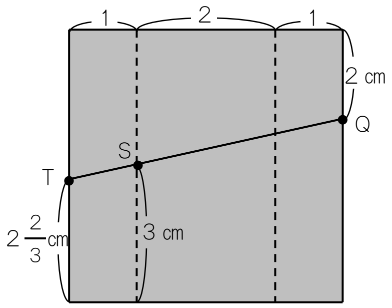
最難関問題

（２）図⑥の影をつけた断面を考えます。まっすぐな線ＲＰと影をつけた断面が交わる点ＳはＲＰの中点なので，点Ｓは底面から（６＋０）÷２＝３（㎝）の高さにあります。断面において図②のように２点Ｑ，Ｓを結び，正六角柱の辺と交わる点をＴとします。直線ＱＳは点ＱからＳにむけて左に３進むと１㎝下がるので，さらに点Ｓから左に１進むと$\frac{1}{3}$㎝下がります。よって，点Ｔの高さは$3-\frac{1}{3}=2\frac{2}{3}$（㎝）です。Ｔを見取り図にかき，点Ｐ．Ｒと結ぶと，図⑧のようになります。

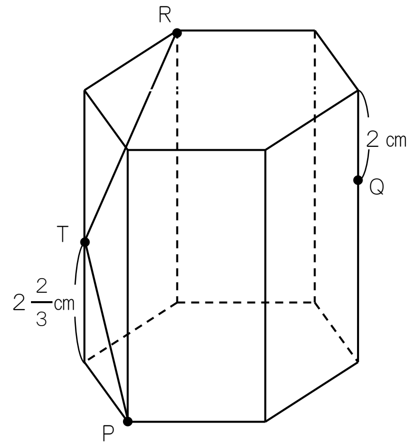
図⑥



図⑦



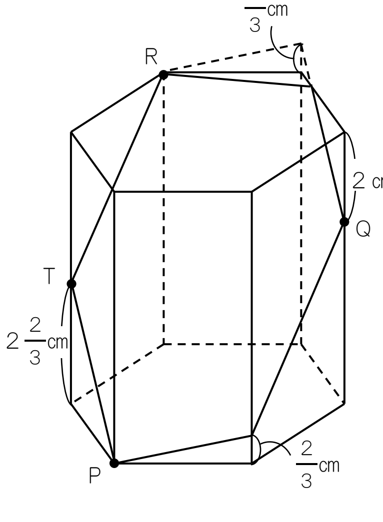
図⑧



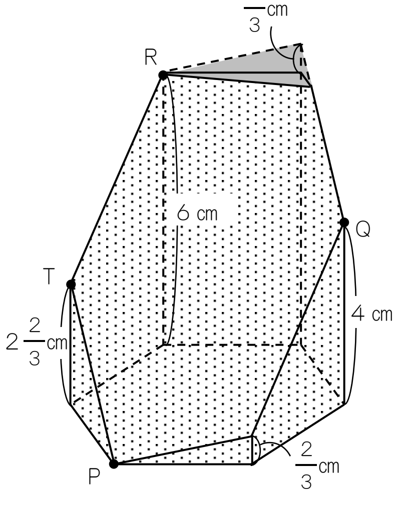
最難関問題

正六角柱の向かい合う面に平行な線をかいていくと，切り口は図⑨のようになり，正六角柱を少しはみ出した立体を描けます。この立体を抜き出すと，図⑩の影をつけた部分とあみ目の部分を合わせたものになります。この立体は２個あわせると高さが$6\frac{2}{3}$㎝の正六角柱になるので，$6\frac{2}{3}\div 2=3\frac{1}{3}$（㎝）より，もとの正六角柱の体積の$3\frac{1}{3}\div 6=\frac{5}{9}$（倍）です。はみ出している影をつけた部分は，高さが$\frac{2}{3}$㎝の三角すいで，底面は図⑪のように，正六角柱の底面の$\frac{1}{6}\times\frac{1}{1+3}=\frac{1}{24}$（倍）なので，その体積はもとの正六角柱の体積の$\frac{1}{24}\times\left(\frac{2}{3}\div 6\right)\times\frac{1}{3}=\frac{1}{648}$（倍）です。よって，切断によってできる下の立体の体積は，もとの正六角柱の$\frac{5}{9}-\frac{1}{648}=\frac{359}{648}$（倍）となって，切断によってできる２つの立体の体積の比は，$\frac{359}{648}:\left(1-\frac{359}{648}\right)=359:289$です。

図⑨



図⑩



図⑪