

約数の和について

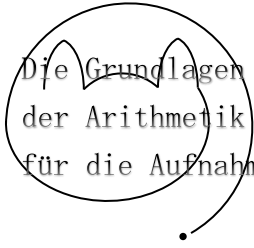
(1) 次の□にふさわしい数を入れなさい。

「8の約数を全て答えると1, 2, 4, 8で, その和は $1 + 2 + 4 + 8 = 15$ です。24の約数を全て答えると, 1, 2, 4, 8に加えて3, 6, 12, 24があるので, 24の約数の和は60です。

よって, 24の約数の和は,  $(\square + \square + \square + \square) \times (\square + \square)$  によって求めることができます。」

(2) 24以外に, 約数の和が60になる数をすべて答えなさい。

(3) 約数の和が372になる数をすべて答えなさい。



約数の和について

- (1)  $(1 + 2 + 4 + 8) \times (1 + 3)$     (2) 38, 59  
 (3) 96, 150, 176, 275, 305

(1)  $24 = 8 \times 3 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$  です。24の約数は、素因数分解をしたときに2を3個以下、3を1個以下持つ整数なので、式の形で全て並べると、次のようになります。

$1 \times 1, 1 \times 3, 2 \times 1, 2 \times 3, 2 \times 2 \times 1, 2 \times 2 \times 3, 2 \times 2 \times 2 \times 1, 2 \times 2 \times 2 \times 3,$   
 これらの和は  $(1 + 2 + 4 + 8) \times (1 + 3) = 60$  で求めることができます。

(2) まず、素数の59について、 $1 + 59 = 60$  が成り立ちます。素数でない数、つまり合成数の場合は、 $(1 + 2 + 4 + 8) \times (1 + 3)$  以外の式を探します。 $60 = 3 \times 20 = (1 + 2) \times (1 + 19)$  が条件を満たすので、 $2 \times 19 = 38$  も答えです。

(3)  $372 - 1 = 371$  は素因数分解をすると  $7 \times 53$  なので、371は素数ではありません。372を素因数分解すると、 $2 \times 2 \times 3 \times 31$  です。371の約数の内で、 $1 + 2 + 4 + \dots$  や  $1 + 3 + \dots$  のような形で表せるものを調べると、次のようになります。

$$3 = 1 + 2, \quad 2 \times 2 = 4 = 1 + 3, \quad 2 \times 3 = 6 = 1 + 5, \quad 2 \times 2 \times 3 = 12 = 1 + 11,$$

$$31 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 = 1 + 5 + 25, \quad 2 \times 31 = 62 = 1 + 61$$

以上の約数の積が372になる場合を探します。

$$3 \times 4 \times 31 \dots (1 + 2) \times (1 + 3) \times (1 + 2 + 4 + 8 + 16) \text{ で, } 2 \times 3 \times 16 = 96,$$

$$(1 + 2) \times (1 + 3) \times (1 + 5 + 25) \text{ で, } 2 \times 3 \times 25 = 150,$$

$$12 \times 31 \dots (1 + 11) \times (1 + 2 + 4 + 8 + 16) \text{ で, } 11 \times 16 = 176,$$

$$(1 + 11) \times (1 + 5 + 25) \text{ で, } 11 \times 25 = 275,$$

$$6 \times 62 \dots (1 + 5) \times (1 + 61) \text{ で, } 5 \times 61 = 305$$

よって、96, 150, 176, 275, 305です。