



正三角形シリーズ34

(1) 図1の三角形ABCの面積は1辺1cmの正三角形の23倍で、 $a + b = 10$ です。このとき、三角形ADEの面積は、1辺1cmの正三角形の何倍ですか。

(2) 図2において■印をつけた角の大きさは等しく、○印をつけた線分の長さは3cmです。三角形ABCは正三角形で、面積は1辺1cmの正三角形の92倍、三角形DEFの面積は1辺1cmの正三角形の245倍です。三角形GHIの面積は1辺1cmの正三角形の何倍ですか。

図1

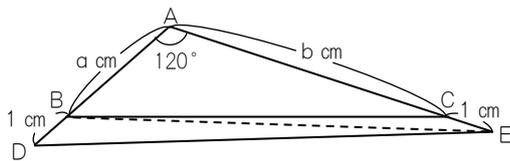
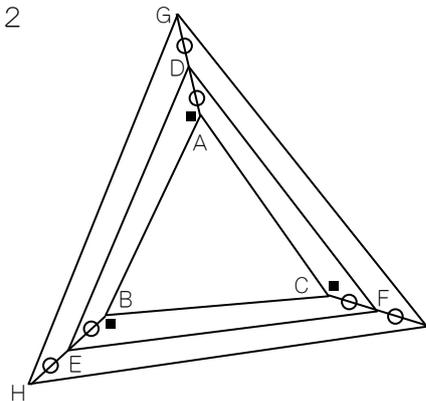


図2

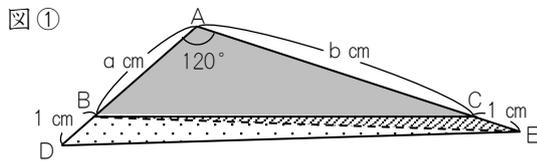


正三角形シリーズ34 (1) 34倍 (2) 452倍

(1) 1辺1cmの正三角形の面積を1とします。図①において、角Aの大きさが120度なので、 $a \times b = 23$ です。斜線部分の三角形BECの面積は、 $a \times 1 = a$ です。三角形BDEの面積は、

$$(23 + a) \times \frac{1}{a} = \frac{23}{a} + 1 = b + 1 \text{ です。よって、三角形ADEの面積は、}$$

$23 + a + b + 1 = 23 + 10 + 1 = 34$ なので、34倍です。



(2) 図②のように線分をのばして考えます。▲印、△印の角の大きさは等しく、▲+△=60度であることから、かげをつけた3つの三角形は合同で、斜線部分の三角形は正三角形です。ここで三角形PHIを抜き出すと図③になります。

三角形PBCの面積は、 $a \times b$ 、

$$\text{三角形PEFの面積は、} a \times b + 3 \times a + (a \times b + 3 \times a) \times \frac{3}{a} = a \times b + 3 \times (a + b) + 9,$$

三角形PBCと三角形PEFの面積の差は、 $3 \times (a + b) + 9 = (245 - 92) \div 3 = 51$ なので、 $a + b = (51 - 9) \div 3 = 14$

$$\text{三角形PHIの面積は、} a \times b + 6 \times a + (a \times b + 6 \times a) \times \frac{6}{a} = a \times b + 6 \times (a + b) + 36,$$

三角形PHIと三角形PBCの面積の差は、 $6 \times (a + b) + 36 = 6 \times 14 + 36 = 120$ なので、三角形GHIの面積は1辺1cmの正三角形の、 $92 + 120 \times 3 = 452$ (倍)です。

