

傾斜と速さの問題・2

ラジコンカーが坂道を上り下りします。

平地で、ラジコンカーPは分速90mで、Qは分速60mで進みます。

坂道を上るときは平地の速さの $(1 - \frac{\text{坂道の高さ}}{\text{坂道の長さ}})$ 倍の速さで、

坂道を下るときは $(1 + \frac{\text{坂道の高さ}}{\text{坂道の長さ}})$ 倍の速さで進みます。

図1

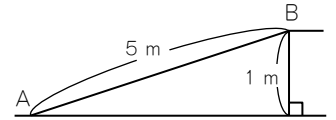


図1の場合、ラジコンカーPがA地点からB地点に進むときの速さは、 $60 \times (1 - \frac{1}{5}) = 48$ (m/分)、

B地点からA地点に進むときの速さは、 $60 \times (1 + \frac{1}{5}) = 72$ (m/分) です。

ラジコンカーPとQが図2のCを同時に出発し、CD間の坂道を一往復します。折り返しに時間はかからないものとします。図3のグラフはPとQが出発してからすれ違うまでの、時間と地面からの高さの関係を表したものです。

図2

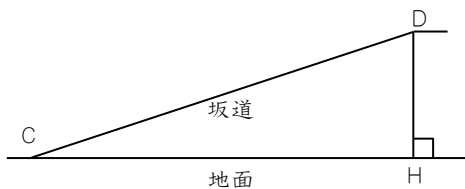
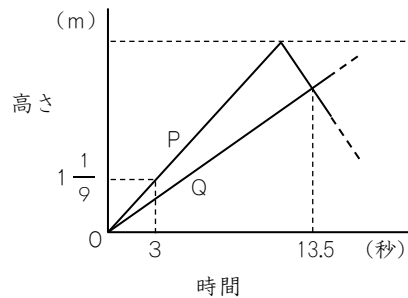


図3



CD間の坂道の道のりは何mですか。考えられるものをすべて答えなさい。



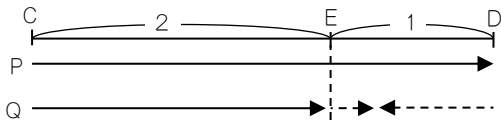
傾斜と速さの問題・2 $10\frac{5}{24}$ m, $8\frac{1}{3}$ m

坂道を上るとき、Pの高さは毎秒、 $1\frac{1}{9} \div 3 = \frac{10}{27}$ (m) 高くなります。Qは平地の速さがPの $\frac{2}{3}$ 倍であり、同じ坂を上るときの速さも $\frac{2}{3}$ 倍になるので、Qの高さは毎秒、 $\frac{10}{27} \times \frac{2}{3} = \frac{20}{81}$ (m) 高くなります。

ここで、 $CD = \square$ m, $DH = \triangle$ mとします。ラジコンカーQの平地での速さが秒速1mなので、CからDへ向かう速さは、 $1 \times (1 - \frac{\triangle}{\square}) = \frac{\square - \triangle}{\square}$ (m/秒) で、時間は $\square \div \frac{\square - \triangle}{\square} = \frac{\square \times \square}{\square - \triangle}$ (秒)、1秒間で高くなる距離は、 $\triangle \div \frac{\square \times \square}{\square - \triangle} = \frac{\triangle \times (\square - \triangle)}{\square \times \square}$ (m) です。 $\frac{\triangle \times (\square - \triangle)}{\square \times \square} = \frac{20}{81} = \frac{4 \times (9 - 4)}{9 \times 9} = \frac{5 \times (9 - 5)}{9 \times 9}$ より、 $\square : \triangle = 9 : 4$, $\square : \triangle = 9 : 5$ の2つの場合が考えられます。

図①において、PがDについたときにQが通過する地点をEとします。PとQの速さの比は3:2なので、 $CE : ED = 2 : 1$ です。また、CE間の高低差とED間の高低差の比も、2:1です。

図①



$\square : \triangle = 9 : 4$ の場合、Pが坂道を下るときに高さは毎秒、 $1.5 \times \frac{4 \times (9 + 4)}{9 \times 9} = \frac{26}{27}$ (m) 下がります。よって、図①の実線の矢印の移動にかかる時間と、点線の矢印の移動にかかる時間の比は、

$(2 \div \frac{20}{81}) : (1 \div (\frac{20}{81} + \frac{26}{27})) = 49 : 5$ です。比の和の54が13.5秒にあたるので、比の49は

$12\frac{1}{4}$ 秒です。CD間の高低差は、Pに注目して、 $\frac{10}{27} \times 12\frac{1}{4} = \frac{245}{54}$ (m) で、CD間の坂道の道のりは、

$\frac{245}{54} \times \frac{9}{4} = 10\frac{5}{24}$ (m) です。

□ : △ = 9 : 5 の場合, P が坂道を下るときに高さは毎秒, $1.5 \times \frac{5 \times (9 + 5)}{9 \times 9} = \frac{35}{27}$ (m) 下がります。よって, 図①の実線の矢印の移動にかかる時間と, 点線の矢印の移動にかかる時間の比は,

$(2 \div \frac{20}{81}) : (1 \div (\frac{20}{81} + \frac{35}{27})) = 25 : 2$ です。比の和の 27 が 13.5 秒にあたるので, 比の 25 は 12.5 秒です。CD 間の高低差は, $\frac{10}{27} \times 12.5 = \frac{125}{27}$ (m) で, CD 間の坂道の道のりは,

$\frac{125}{27} \times \frac{9}{5} = 8\frac{1}{3}$ (m) です。