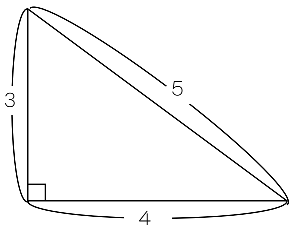
受験算数の基礎

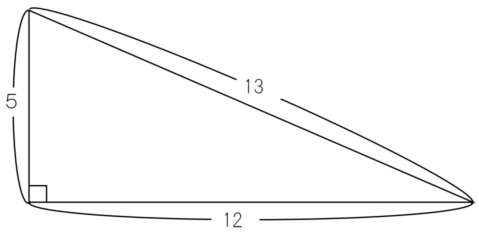
Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

ピタゴラス三角形

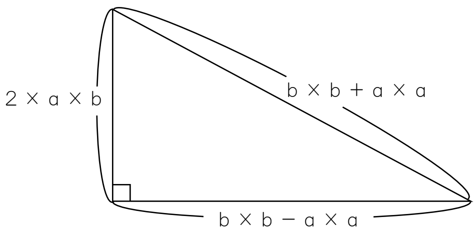
２×ａ×ｂ：ｂ×ｂ－ａ×ａ：ｂ×ｂ－ａ×ａ

３辺の長さの比が整数比となる直角三角形を，ピタゴラス三角形といいます。有名なところでは，３：４：５や５；１２：１３の三角形があります。





以下では，ａ＜ｂであるあらゆる整数ａ，ｂに対して，３辺の長さの比が（２×ａ×ｂ）:（ｂ×ｂ－ａ×ａ）:（ｂ×ｂ＋ａ×ａ）となるピタゴラス三角形が存在することを示す，５つの問題を紹介します。



ですが，その前に，数学的な式の操作による証明を示しておきます。（この部分は小学生には必要ないでしょう。）

補題１：任意の整数ａ＜ｂに対して，３辺の長さの比が（２×ａ×ｂ）:（ｂ×ｂ－ａ×ａ）:（ｂ×ｂ＋ａ×ａ）となるピタゴラス三角形が存在する

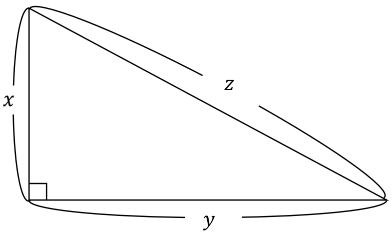
証明

$(2ab)^2+(b^2-a^2)^2=4a^2b^2+b^4-2a^2b^2+a^4=b^4+2a^2b^2+a^4=(b^2+a^2)^2$

となって三平方の定理を満たすから

補題２：任意のピタゴラス三角形の３辺の長さの比は，ある整数ａ，ｂによって，
（２×ａ×ｂ）:（ｂ×ｂ－ａ×ａ）:（ｂ×ｂ＋ａ×ａ）の形で表すことができる

証明



　ピタゴラス三角形の直角をはさむ２辺の長さをx,y，斜辺の長さをzとします。ここで，

　ａ＝$z-y$，ｂ＝xとします。

　２ａｂ＝２x（$z-y$），

　ｂ^2－ａ^2＝x^2－（$z-y$）^{2}＝x^2-z^2＋２$yz-y^2$＝２yz－２y^2

　＝２y（$z-y$）

　ｂ^2＋ａ^2＝x^2＋（$z-y$）^{2}＝x^2+z^2－２$yz+y^2$＝２z^2－２yz

　＝２z（$z-y$）

２x（$z-y$）：２y（$z-y$）：２z（$z-y$）＝x：y：z

証明は以上ですが，xとyは入れかえ可能なので，任意のピタゴラス三角形に対して互いに素なａとｂの組は２組あります。例えば３：４：５のピタゴラス三角形に対しては，ａ：ｂ＝（５－３）：４＝１：２の場合と，ａ：ｂ＝（５－４）：３＝１：３の場合です。

定理：任意の整数ａ＜ｂに対して，３辺の長さの比が
（２×ａ×ｂ）:（ｂ×ｂ－ａ×ａ）:（ｂ×ｂ＋ａ×ａ）となるピタゴラス三角形が存在し，
任意のピタゴラス三角形はある整数ａ，ｂによって，３辺の長さの比を
（２×ａ×ｂ）:（ｂ×ｂ－ａ×ａ）:（ｂ×ｂ＋ａ×ａ）の形で表すことができる。

　この定理の算数の範囲での証明は，$\boxed{1}$で扱います。

1

次の問いに答えなさい。

図１

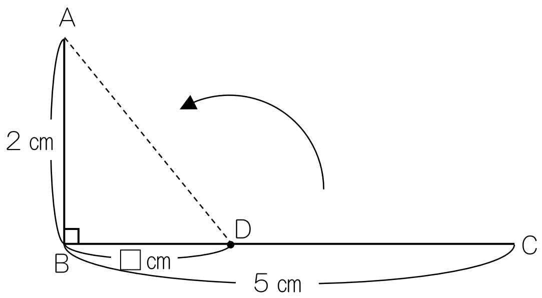
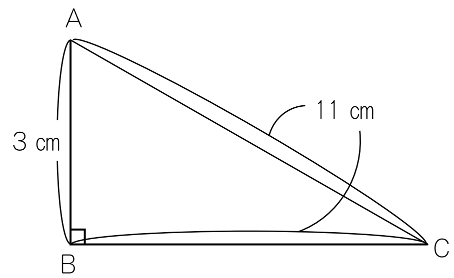


図２



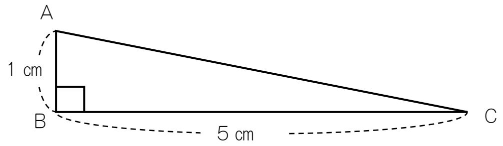
（１） 図１のように，２㎝の線分ＡＢと５㎝の線分ＢＣが垂直に交わっています。点Ｄにおいて線分ＢＣを折ったところ，点Ｃが点Ａに重なりました。このとき，図１の□の長さを求めなさい。

（２）図２の直角三角形ＡＢＣの，辺ＡＢの長さは３㎝で，辺ＢＣとＣＡの長さの和は１１㎝です。このとき，長さの比ＡＢ：ＢＣ：ＣＡを求めなさい。

2

（１）図１のように，直角をはさむ２つの辺の長さが１㎝と５㎝である直角三角形ＡＢＣがあります。方眼上にこの三角形をかいたのが，図２です。図２の方眼の交点上に点Ｐをとり，辺ＡＣを底辺とする二等辺三角形ＡＣＰを１つ作図しなさい。定規やコンパスを用いてはいけません。

図１



（２）図３に，辺ＢＰとＣＰの長さが㎝の単位で整数となるような直角三角形ＢＣＰを作図しなさい。定規やコンパスを用いてはいけません。

図２

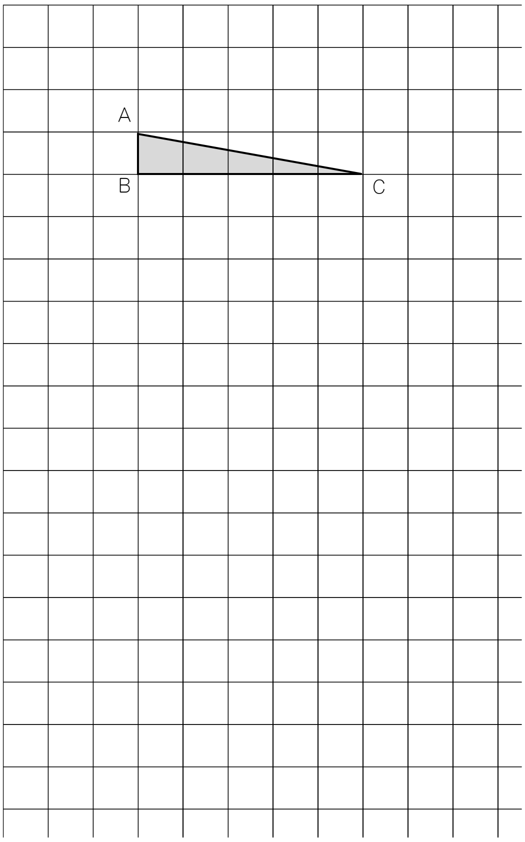
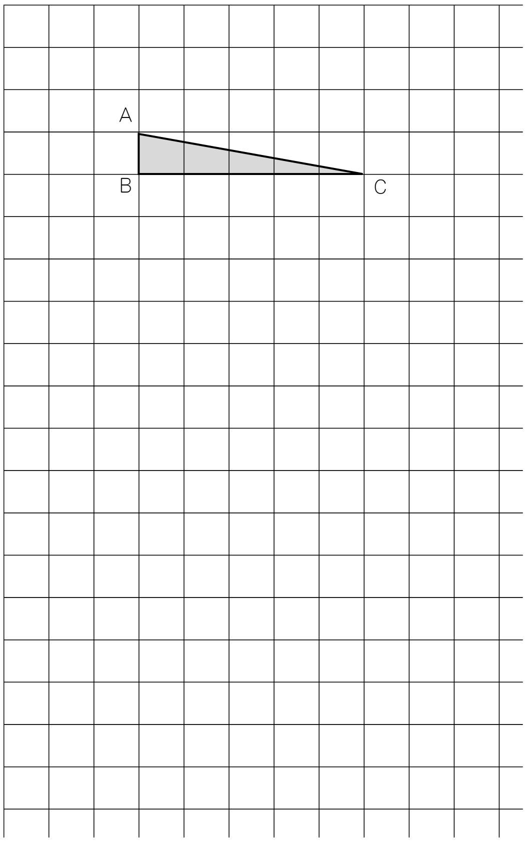


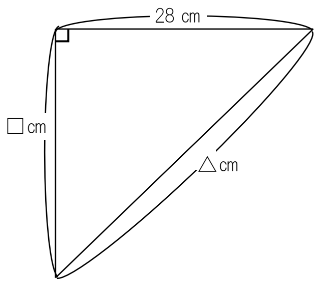
図３



（問題は次のページに続きます）

（３）図４の直角三角形において，□と△にあてはまる数の差は８です。□と△にあてはまる数の組を答えなさい。

図４



（４）直角三角形の３辺の長さの比として考えられる整数比を，２つ答えなさい。
ただし，３：４：５，５：１２：１３，８：１５：１７および（３）の答えと等しいものは除きます。

□3

図１の直角三角形ＡＢＣは，辺ＡＢ上の点Ｄ，Ｅおよび辺ＢＣ上の点Ｆ，Ｇについて，
ＢＦ＝ＦＧ＝０.５㎝，ＡＧ＝１㎝で，ＥＦと辺ＢＣ，ＧＤと辺ＡＢは垂直に交わります。

図１

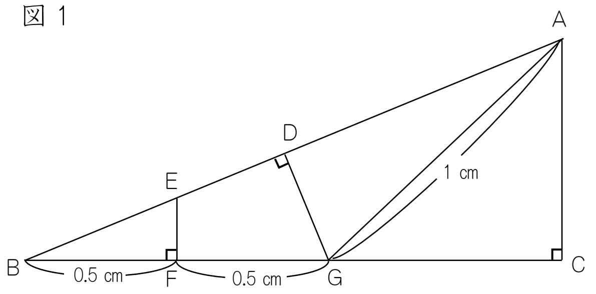
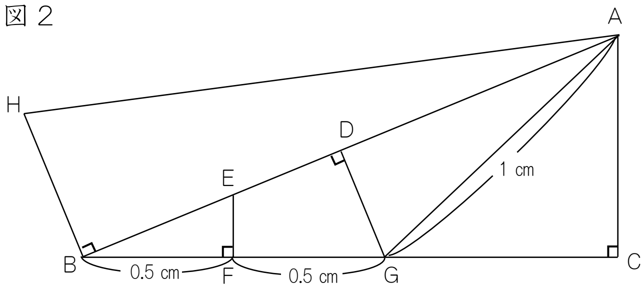


図２



（１）ＢＥの長さが０.６㎝のとき，ＢＤの長さは何㎝ですか。

（２）ＥＦの長さが０.２５㎝のとき，①，②に答えなさい。

①　ＢＨ＝ＢＥとなる図２の直角三角形ＡＢＨの面積は何㎠ですか。

②　直角三角形ＡＧＣの３辺の長さの比を答えなさい。答えるときは，３：１：２ではなくて１：２：３のように，小さい順に答えなさい。

（３）直角三角形の３辺の長さの比として考えられる整数比を，２つ答えなさい。
ただし，３：４：５，５：１２：１３，８：１５：１７は除きます。また，答えるときは，３：１：２ではなくて１：２：３のように，小さい順に答えなさい。

4

次の問いに答えなさい。

（１）図１において点ＦがＣＥを二等分するとき，長方形ＡＢＣＤの面積は何㎠ですか。

（２）図２の長方形ＡＢＣＤにおいて点ＦがＣＥを二等分するとき，ＡＢとＡＥの長さはそれぞれ何㎝ですか。

図１

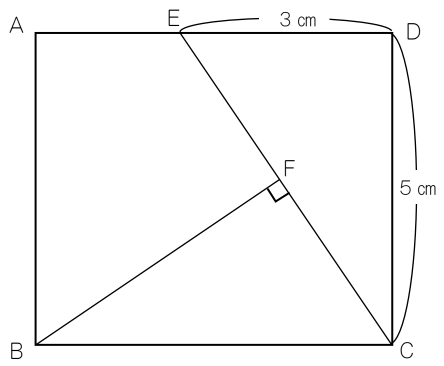
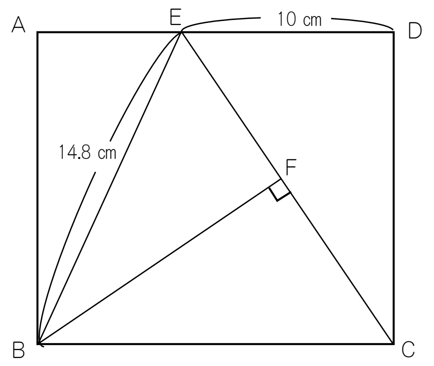


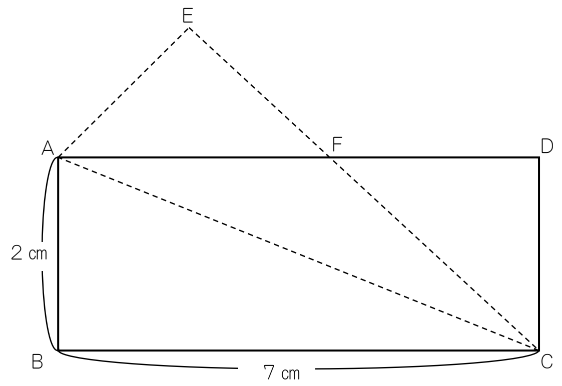
図２



（３）直角三角形の３辺の長さの比として考えられる整数比を，４つ答えなさい。
ただし，３：４：５，５：１２：１３は除きます。また，答えるときは，３：１：２ではなくて１：２：３のように，小さい順に答えなさい。

5

下の図の長方形ＡＢＣＤは，辺ＡＢの長さが２㎝，辺ＢＣの長さが７㎝です。対角線ＡＣを折り目として頂点Ｂを折り返すと，頂点Ｂは点Ｅの位置にきます。辺ＡＤとＥＣの交わる点をＦとするとき，ＤＦおよびＣＦの長さを求めなさい。



受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

ピタゴラス三角形

２×ａ×ｂ：ｂ×ｂ－ａ×ａ：ｂ×ｂ－ａ×ａ

解答解説

以下の表は，ピタゴラス数（２×ａ×ｂ）:（ｂ×ｂ－ａ×ａ）:（ｂ×ｂ＋ａ×ａ）の例です。

＜ピタゴラス数の表＞

ａ	ｂ	２×ａ×ｂ	ｂ×ｂ－ａ×ａ	ｂ×ｂ＋ａ×ａ		ａ	ｂ	２×ａ×ｂ	ｂ×ｂ－ａ×ａ	ｂ×ｂ＋ａ×ａ
1	2	4	3	5		2	17	68	285	293
1	3	6	8	10		2	19	76	357	365
1	4	8	15	17		3	4	24	7	25
1	5	10	24	26		3	5	30	16	34
1	6	12	35	37		3	7	42	40	58
1	7	14	48	50		3	8	48	55	73
1	8	16	63	65		3	10	60	91	109
1	9	18	80	82		3	11	66	112	130
1	10	20	99	101		3	13	78	160	178
1	11	22	120	122		3	14	84	187	205
1	12	24	143	145		3	16	96	247	265
1	13	26	168	170		4	5	40	9	41
1	14	28	195	197		4	7	56	33	65
1	15	30	224	226		4	9	72	65	97
1	16	32	255	257		5	6	60	11	61
1	17	34	288	290		5	7	70	24	74
1	18	36	323	325		5	8	80	39	89
1	19	38	360	362		5	9	90	56	106
1	20	40	399	401		6	7	84	13	85
2	3	12	5	13		6	11	132	85	157
2	5	20	21	29		7	8	112	15	113
2	7	28	45	53		7	9	126	32	130
2	9	36	77	85		8	9	144	17	145
2	11	44	117	125		8	11	176	57	185
2	13	52	165	173		9	10	180	19	181
2	15	60	221	229		9	11	198	40	202

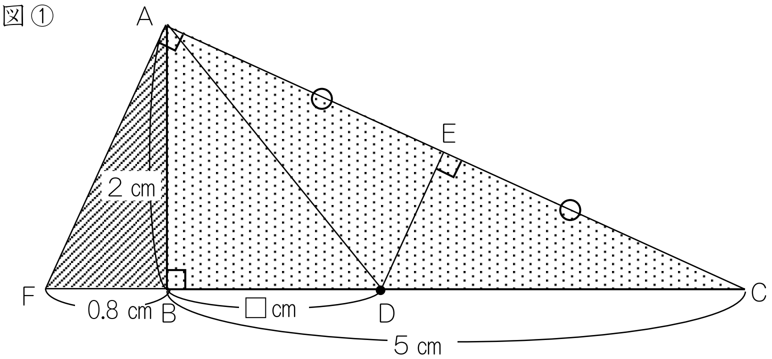
□1（１）２.１㎝　（２）３３：５６：６５

（１）図①のように補助線を引いていきます。三角形ＡＣＤはＡＤ＝ＣＤの二等辺三角形なので，頂点Ｄから辺ＡＣに垂直な線ＤＥを引くとＡＥ＝ＣＥとなります。次に，頂点ＡからＤＥと平行な線を引き，辺ＣＢの延長線と交わる点をＦとします。三角形ＡＢＣとＦＢＡは相似形なので，

ＦＢ＝$2\times\frac{2}{5}$＝０.８（㎝）です。ＦＣ＝０.８＋５＝５.８（㎝），ＤＣ＝５.８÷２＝２.９（㎝）なので，

□＝５－２.９＝２.１（㎝）です。

図①

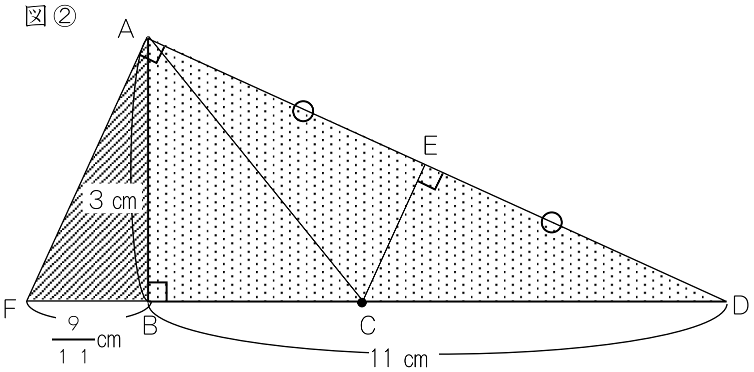


（２）（１）とまったく同じ手順で考えます。図②のようにＢＤ＝１１㎝となる延長線ＢＤを引くと，

ＦＢ＝$3\times\frac{3}{11}=\frac{9}{11}$（㎝），ＦＤ＝$\frac{9}{11}+11=\frac{130}{11}$（㎝），ＣＡ＝ＣＤ＝$\frac{130}{11}\div2=\frac{65}{11}$（㎝）

なので，ＢＣ＝$11-\frac{65}{11}=\frac{56}{11}$（㎝）です。よって，$3:\frac{56}{11}:\frac{65}{11}$＝３３：５６：６５です。

図②



（１）（２）を一般化すると，次のようになります。直角三角形ＡＢＣの辺ＡＢの長さをａ，ＢＣとＣＡの長さの和をｂとすると，図③のように長さｂの延長線ＢＤを引くことで，

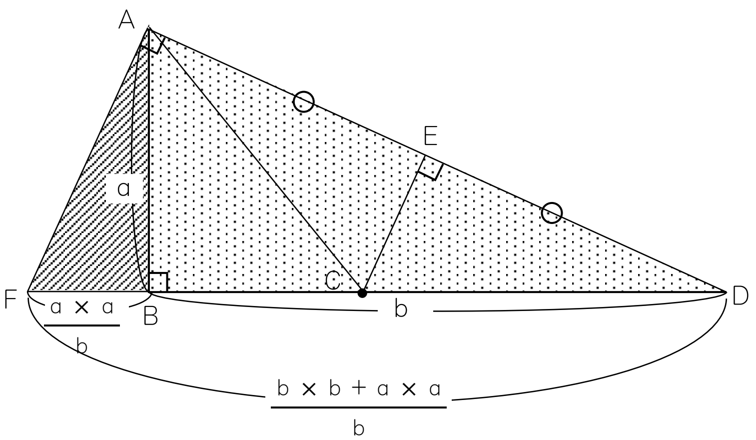
$\mathrm{FB} = a \times \dfrac{a}{b} = \dfrac{a \times a}{b}$，$\mathrm{FD} = \dfrac{a \times a}{b} + b = \dfrac{b \times b + a \times a}{b}$，$\mathrm{CA} = \mathrm{CD} = \dfrac{b \times b + a \times a}{2 \times b}$なので，

$\mathrm{BC} = b - \dfrac{b \times b + a \times a}{2 \times b} = \dfrac{b \times b - a \times a}{2 \times b}$です。

よって，$a : \dfrac{b \times b - a \times a}{2 \times b} : \dfrac{b \times b + a \times a}{2 \times b} = (2 \times a \times b) : (b \times b - a \times a) : (b \times b + a \times a)$

です。

図③



以上から示されるのは，次の３点です。

① ２つの整数ａ＜ｂについて，（２×ａ×ｂ）:（ｂ×ｂ－ａ×ａ）:（ｂ×ｂ＋ａ×ａ）はピタゴラス比になる。

② 角Ｂが直角である直角三角形ＡＢＣについて，ＡＢ：（ＢＣ＋ＣＡ）＝ａ：ｂが整数の比のとき，ＡＢ：ＢＣ：ＣＡ＝（２×ａ×ｂ）:（ｂ×ｂ－ａ×ａ）:（ｂ×ｂ＋ａ×ａ）となる。

③ ピタゴラス三角形の３辺の比は，ある整数ａ＜ｂについて，（２×ａ×ｂ）:（ｂ×ｂ－ａ×ａ）:（ｂ×ｂ＋ａ×ａ）の形で表すことができる

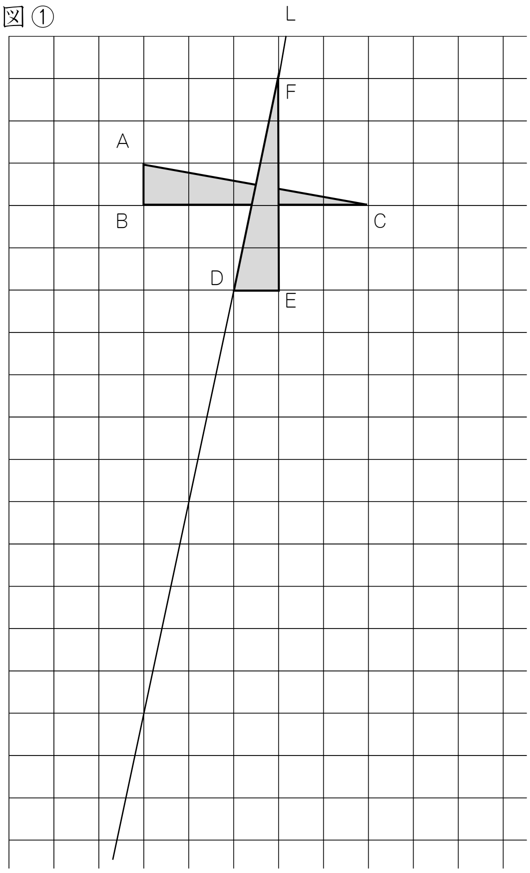
③は②から導けます。３辺の比ＡＢ：ＢＣ：ＣＡが決まれば，当然ＡＢ：（ＢＣ＋ＣＡ）はきまるためです。

$\boxed{2}$（１）図②参照　（２）図③参照　（３）（□，△）＝（４５，５３）　（４）解説参照

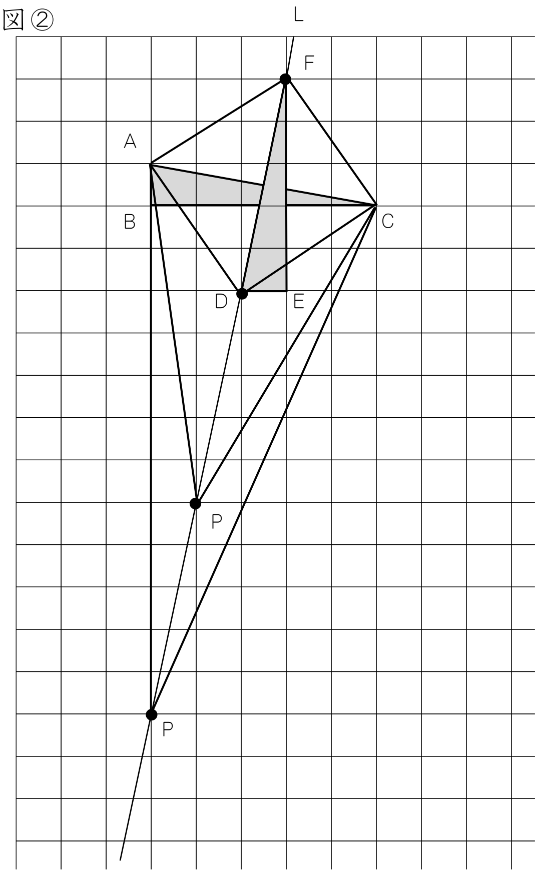
（１）図①のように三角形ＡＢＣと合同な三角形ＤＥＦを組み合わせると，辺ＡＣと辺ＤＦが互いの中点で垂直に交わります。辺ＤＦをのばした直線Ｌは５マス下に下がると１マス左に進むという傾きになります。Ｌ上の１点と頂点Ａ，Ｃを結んでできる三角形はすべて辺ＡＣを底辺とする二等辺三角形になります。

よって，図②の三角形ＡＣＦ，ＡＣＤ，２つのＡＣＰという４つの三角形のうちひとつをかけば正解となります。

図①

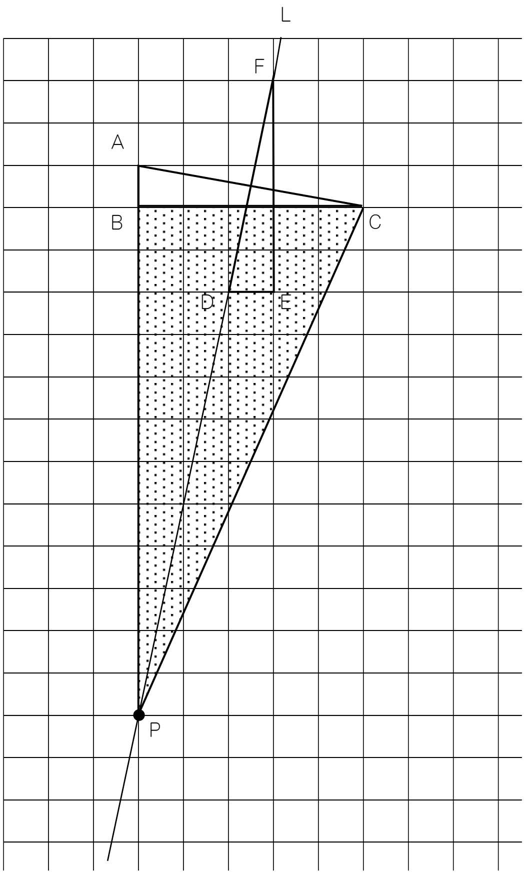


図②



（２）ＡＣを底辺とする二等辺三角形ＡＣＰのうちで，点Ｐを図③の位置にとったものを利用すると，三角形ＢＣＰと三角形ＧＰＣが，最も短い辺の長さが５㎝の直角三角形になります。ＢＰ＝ＧＣ＝１２㎝，三角形ＡＣＰが二等辺三角形であるため，ＰＣ＝ＰＡ＝１３㎝となるため，３辺の長さが㎝の単位で整数となります。

図③



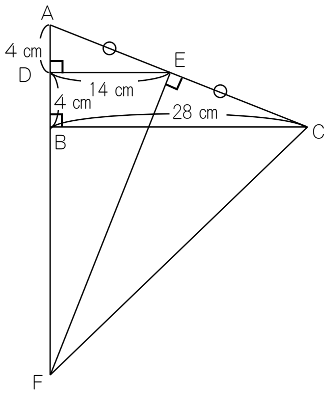
（３）（２）と同様にして，図④のＡＢ＝８cm，ＢＣ＝２８cmの直角三角形ＡＢＣを考えます。辺ＡＢの中点をＤ，辺ＡＣの中点をＥとして，ＥからＡＣと垂直に交わる線を引き，辺ＡＢの延長線との交点をＦとします。すると，三角形ＡＣＦはＡＦ＝ＣＦの二等辺三角形になります。また，

ＤＥ＝２８×$\frac{1}{2}$＝１４（cm）です。

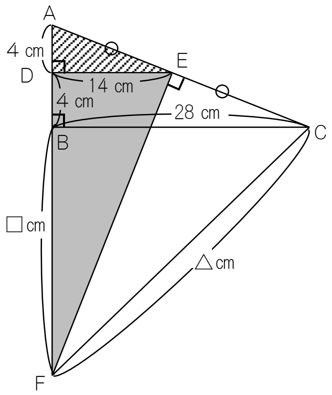
図⑤の三角形ＡＤＥとＥＤＦの相似により，ＤＦの長さは１４×$\frac{14}{4}$＝４９（cm）なので，

□＝４９－４＝４５，△＝４９＋４＝５３です。

図④



図⑤



（４）（３）と同様にして，ＡＢとＢＣの長さを決めれば，三角形ＢＣＦの３辺の長さを求めることができます。ＡＢとＢＣが整数であっても，ＢＦとＣＦは小数や分数になることがありますが，整数比を求めることは可能です。

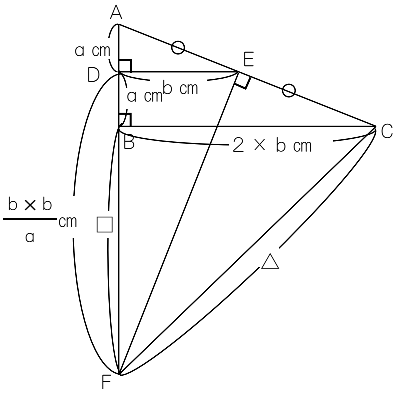
以下では，式を用いて整数比を表してみます。図⑥のようにａ，ｂの長さをきめます。ＤＦの長さは，

$b\times\frac{b}{a}=\frac{b\times b}{a}$（cm）となるので，□＝$\frac{b\times b}{a}-a$（cm），△＝$\frac{b\times b}{a}+a$（cm）です。

$$(2\times b):(\frac{b\times b}{a}-a):(\frac{b\times b}{a}+a)=(2\times a\times b):(b\times b-a\times a):(b\times b+a\times a)$$

となるので，ａ＜ｂとなる２つの整数ａ，ｂから，＜ピタゴラス数の表＞のような整数比を求めることができます。

図⑥

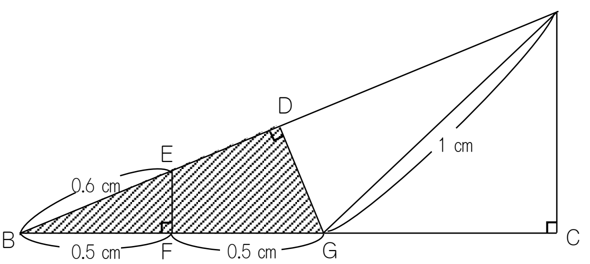


3 （１）$\frac{5}{6}$㎝　（２）①　０.５㎠　②　３：４：５　（３）解説参照

（１）図①において，直角三角形ＢＥＦとＢＧＤは相似形なので，０.６：０.５＝１：ＢＤより，

ＢＤ＝０.５×１÷０.６＝$\frac{5}{6}$（㎝）です。

図①



（２）

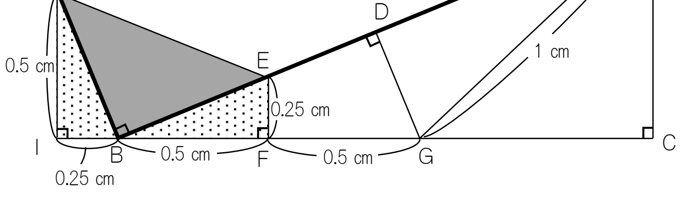
①　図①の直角三角形ＢＥＦとＢＧＤの相似より，ＢＥ：ＢＦ＝ＢＧ：ＢＤなので，
ＢＥ×ＢＤ＝ＢＦ×ＢＧ＝０.５×１＝０.５です。よって，ＢＥ×ＢＡ＝０.５×２＝１です。ＢＨ＝ＢＥであることから，三角形ＡＢＨの面積は，１÷２＝０.５（㎠）です。
　つまり，三角形ＡＢＨの面積はＥＦの長さによらずにきまり，ＢＦ×２＝ＢＧの場合には，２×ＢＦ×ＢＦとなります。

②　図②の三角形ＢＥＨは直角二等辺三角形です。辺ＣＢの延長線に点Ｈから垂直な線ＨＩをひくと，三角形ＢＦＥと三角形ＨＩＢは合同となるので，三角形ＢＥＨの面積は，

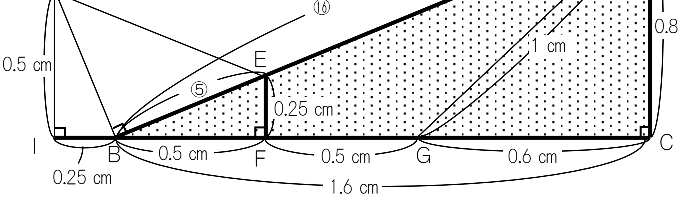
（０.２５＋０.５）×０.７５×$\frac{1}{2}$－０.２５×０.５×$\frac{1}{2}$×２＝$\frac{5}{32}$（㎠）です。

三角形ＢＥＨと三角形ＡＢＨの面積の比は，$\frac{5}{32}$：$\frac{1}{2}$＝５：１６なので，ＢＥ：ＢＡ＝５：１６です。
よって，図③の直角三角形ＢＥＦとＢＡＣの相似比は５：１６となり，
辺ＡＣの長さは０.２５×$\frac{16}{5}$＝０.８（㎝），ＧＣの長さは０.５×$\frac{16}{5}$－１＝０.６（㎝）です。直角三角形ＡＧＣの３辺の長さの比は，０.６：０.８：１＝３：４：５です。

図②



図③



（３）ＥＦの長さが０.５㎝未満であれば，（２）と同様の方法で直角三角形ＡＧＣの辺ＡＣとＧＣの長さを求めることができるので，直角三角形の３辺の長さの比として考えられる整数比がきまります。こうして，直角三角形の３辺の長さの整数比をいくらでも求めることができます。例えば，右のようになります。

ＥＦ（㎝）	３辺の長さの比		
0.05	101	20	99
0.1	13	5	12
0.15	109	60	91
0.2	29	20	21
0.25	5	4	3
0.3	17	15	8
0.35	149	140	51
0.4	41	40	9
0.45	181	180	19

さらに式の整理を進めると，次のようになります。図④のようにａとｂの長さをきめます。台形ＦＥＨＩの面積は，$(a+b)\times(a+b)\div 2=\dfrac{(a+b)\times(a+b)}{2}$，斜線で示した三角形ＢＥＦとＨＩＢの面積はあわせてａ×ｂなので，かげをつけた直角二等辺三角形ＨＢＥの面積は，

$$\frac{(a+b)\times(a+b)}{2}-a\times b=\frac{a\times a+2\times a\times b+b\times b}{2}-a\times b$$

$=\dfrac{a\times a+b\times b}{2}$です。また，（２）①より太線で囲んだ直角二等辺三角形ＡＢＥの面積は２×ｂ×ｂなので，

$$BE:BA=\frac{a\times a+b\times b}{2}:(2\times b\times b)=(a\times a+b\times b):(4\times b\times b)$$ です。

図⑤の太線で示した三角形の相似により，アの長さは，$a\times\dfrac{4\times b\times b}{a\times a+b\times b}=\dfrac{4\times a\times b\times b}{a\times a+b\times b}$，

イの長さは，$ア\times\dfrac{b}{a}=\dfrac{4\times a\times b\times b}{a\times a+b\times b}\times\dfrac{b}{a}=\dfrac{4\times b\times b\times b}{a\times a+b\times b}$，

ウの長さは，$イ-2\times b=\dfrac{4\times b\times b\times b}{a\times a+b\times b}-2\times b$となるので，直角三角形ＡＣＧの３辺の長さの比は，

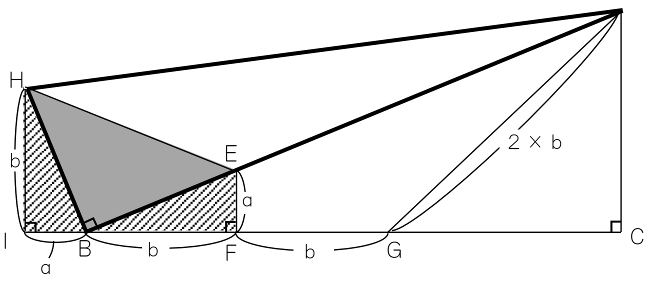
$$\frac{4\times a\times b\times b}{a\times a+b\times b}:\left(\frac{4\times b\times b\times b}{a\times a+b\times b}-2\times b\right):(2\times b)=\frac{2\times a\times b}{a\times a+b\times b}:\left(\frac{2\times b\times b}{a\times a+b\times b}-1\right):1$$

$=(2\times a\times b):(2\times b\times b-a\times a-b\times b):(a\times a+b\times b)$

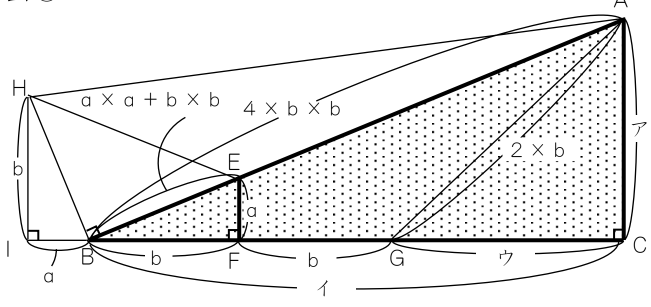
$=(2\times a\times b):(b\times b-a\times a):(a\times a+b\times b)$

となります。よって，＜ピタゴラス数の表＞のような整数比を求めることができます。

図④



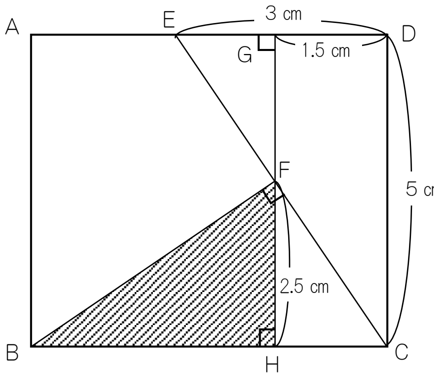
図⑤



$\boxed{4}$ （１）２８$\frac{1}{3}$㎝^{2}　（２）ＡＢ＝１４㎝，ＡＥ＝４.８㎝　（３）解説参照

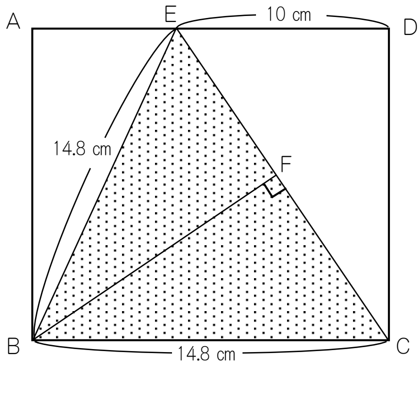
（１）図①のように，点Ｆを通って辺ＡＢと平行な直線ＧＨを引きます。点ＦがＣＥを二等分することから，ＧＤ＝３÷２＝１.５（㎝），ＦＨ＝５÷２＝２.５（㎝）です。斜線部分の三角形ＢＦＨは三角形ＣＤＥと相似なので，ＢＨ＝２.５×$\frac{5}{3}$＝$\frac{25}{6}$（㎝）です。辺ＢＣの長さは，$\frac{25}{6}$＋１.５＝$\frac{17}{3}$（㎝）なので，長方形ＡＢＣＤの面積は，５×$\frac{17}{3}$＝２８$\frac{1}{3}$（㎝^{2}）です。

図①

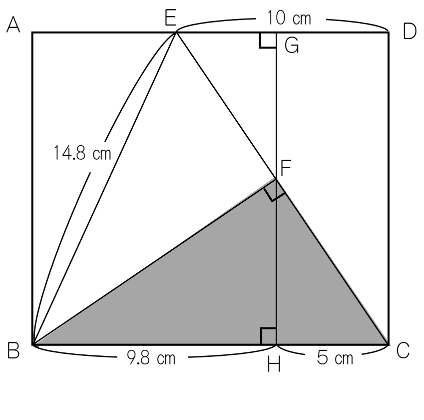


（２）図②に示した三角形ＢＣＥは二等辺三角形なので，ＢＣ＝１４.８㎝，ＡＥ＝１４.８－１０＝４.８（㎝）です。図③のように点Ｆを通って辺ＡＢと平行な直線ＧＨを引くと，点ＦがＣＥを二等分することから，ＣＨ＝１０÷２＝５（㎝）です。かげをつけた部分の直角三角形の相似によって，
５：ＦＨ＝ＦＨ：９．８が成り立つので，ＦＨ×ＦＨ＝５×９.８＝４９，ＦＨ＝７です。
よって，ＡＢ＝７×２＝１４（㎝）です。

図②



図③



（３）図④のように図形を組みあわせた長方形ＡＢＣＤにおいて，ＣＤとＤＥの長さを定めると，かげをつけた直角三角形ＡＢＥの３辺の長さをすべて求めることができるので，整数比を得ることができます。

（１）では□＝３，△＝５で，ＡＢ＝５㎝，ＢＥ＝ＢＣ＝$\frac{17}{3}$㎝，ＡＥ＝$\frac{8}{3}$㎝なので，３辺の長さの比は$\frac{8}{3}$：５：$\frac{17}{3}$＝８：１５：１７，

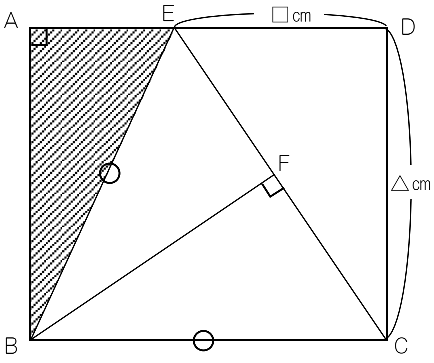
（２）では□＝１０，△＝１４で，ＡＢ＝１４㎝，ＢＥ＝１４.８㎝，ＡＥ＝４.８㎝なので，３辺の長さの比は4.8：１４：１４.８＝１２：３５：３７，となっています。

一般に，□と△を用いて式を立てると図⑤のようになるので，３辺の長さの比は，

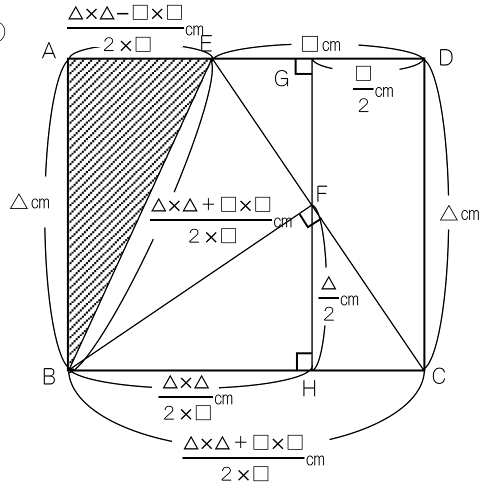
$$\frac{\triangle\times\triangle-\square\times\square}{2\times\square} : \triangle : \frac{\triangle\times\triangle+\square\times\square}{2\times\square} = (\triangle\times\triangle-\square\times\square) : (2\times\triangle\times\square) : (\triangle\times\triangle+\square\times\square)$$

，です。

図④



図⑤



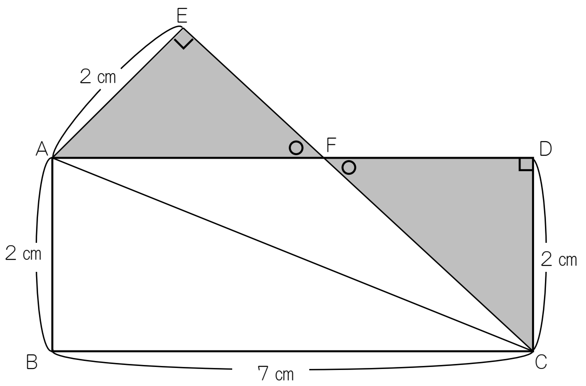
よって，<ピタゴラス数の表>のような整数比を求めることができます。

$\boxed{5}$ ＤＦ…$\frac{45}{14}$cm，ＣＦ…$\frac{53}{14}$cm

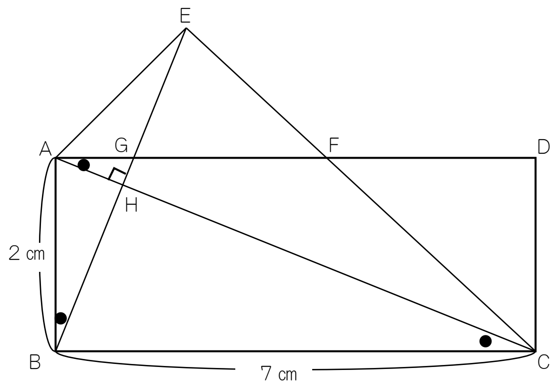
　図①のかげをつけた三角形ＡＥＦとＣＤＦは合同なので，ＤＦ＝ＥＦ，ＣＦ＝ＡＦです。図②のように辺ＡＤとＢＥの交わる点をＧ，対角線ＡＣとＢＥの交わる点をＨとすると，●印をつけた角の大きさは等しいので，直角三角形の相似により，ＧＨ：ＨＡ＝２：７，ＨＡ：ＨＢ＝２：７となって，
ＧＨ：ＨＡ：ＨＢ＝（２×２）:（２×７）:（７×７）＝４：１４：４９です。よって，

ＧＡ＝$7\times\frac{4}{49}=\frac{4}{7}$（cm）です。

図①



図②

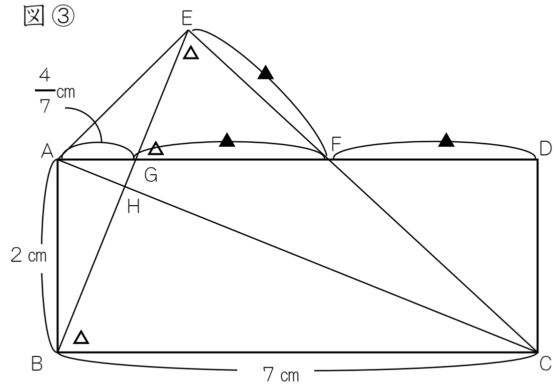


　図③の△印をつけた角は，折り返しおよび平行線の同位角の関係によって等しいので，三角形ＦＥＧはＦＥ＝ＦＧの二等辺三角形です。よって，図③の▲の辺の長さはすべ等しいことがわかり，

ＤＦ＝$\left(7-\frac{4}{7}\right)\div 2=\frac{45}{14}$（cm）です。また，ＥＣの長さは７cmで，ＥＦの長さが$\frac{45}{14}$cmであることから，

ＣＦ＝$7-\frac{45}{14}=\frac{53}{14}$（cm）です。

図③



この問題では，長方形の２辺の長さを与えるだけで，直角三角形ＣＤＦの３辺の長さをすべて求めることができました。つまり，２つの整数をきめれば，そこから直角三角形の３辺の長さの整数比を求めることができるということです。ＡＢの長さをａ，ＢＣの長さをｂとして式で表すと，図④のようになります。３辺の長さの比は，次のようになります。

$$a : \frac{b\times b - a\times a}{2\times b} : \frac{b\times b + a\times a}{2\times b} = (2\times a\times b) : (b\times b - a\times a) : (b\times b + a\times a)$$

図④