

最難関問題

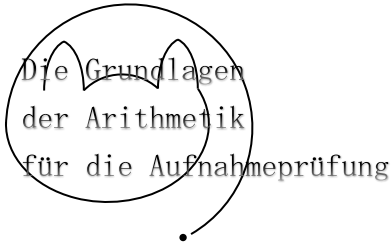
集まりの問題

30人のクラスで5問のテストを行ったところ、各問題を正解した人数は以下のようになりました。

1	2	3	4	5
28	26	25	24	10

次の問いに答えなさい。

- (1) 4問正解して1問間違えたと考えられる人数は、何人以上何人以下ですか。
- (2) 3問正解して2問間違えたと考えられる人数は、何人以上何人以下ですか。
- (3) 1問正解して4問間違えたと考えられる人数は、何人以上何人以下ですか。
- (4)
 - ① 5問全てに正解したと考えられる人数は、何人以上何人以下ですか。
 - ② 1問も正解しなかったと考えられる人数は、何人以上何人以下ですか。



最難関問題

集まりの問題

- (1) 3人以上28人以下 (2) 0人以上17人以下 (3) 0人以上5人以下
 (4) ①0人以上10人以下 ②0人以上2人以下

(1) それぞれの問題に正解しなかった人数を表に加えると、次のようになります。

	1	2	3	4	5
○	28	26	25	24	10
×	2	4	5	6	20

5を間違えた20人のうち、 $2 + 4 + 5 + 6 = 17$ (人)が1~4のいずれか1問も間違えたとすると、 $20 - 17 = 3$ (人)は1問だけ間違えて4問正解したことになります。よって、4問正解して1問間違えた生徒は最も少なくて3人です。

また、×の数は全部で $2 + 4 + 5 + 6 + 20 = 37$ (個)です。よって、30人全員が1問だけ間違えたとすると、×の個数が足りません。29人が1問だけ間違えたとしても、 $37 - 1 \times 29 = 8$ (問)を残りの1人が間違えることはできないので、×の個数が足りません。28人が1問だけ間違えたとすると、 $37 - 1 \times 28 = 9$ (問)を残りの2人が間違えればよいので、1人が5問、もう一人が4問間違えたと考えることができます。よって、4問正解して1問間違えた生徒は最も多くて28人です。

以上より、3人以上28人以下です。

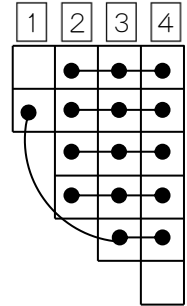
(2) (1) で考えた28人が4問正解して1問間違えた場合、残りの2人は5問間違えと4問間違えでしたから、2問間違えた生徒はいません。よって、3問正解して2問間違えた生徒は最も少なくて0人です。また、(1) で考えた、5を間違えた20人のうち、 $2 + 4 + 5 + 6 = 17$ (人)が1~4のいずれか1問も間違えた場合が、3問正解して2問間違えた生徒が最も多い場合です。

以上より、0人以上17人以下です。



最難関問題

(3) ⑤を間違えた20人のうち、できるだけ多くの生徒が①～④のいずれか3問も間違えた場合を考えます。①～④を間違えた2人, 4人, 5人, 6人のうち、線でつないだ3人を同じ生徒と考え、次のように①～④のうちの3問を間違えた生徒は、最も多くて5人です。



また、(1)で考えた4問正解して1問間違えた生徒が28人の場合、1問正解して4問間違えた生徒は1人でした。しかし、4問正解して1問間違えた生徒が27人の場合、 $37 - 27 = 10$ (個)の×を、3人の生徒が5問, 3問, 2問間違える等で取ったと考えられます。よって、1問正解して4問間違えた生徒はもっとも少なくても0人です。

以上より、0人以上5人以下です。

(4)

① ⑤を正解した10人が①～④も正解したと考え、5問すべてに正解した生徒は最も多くて10人です。また、(1)で考えた4問正解して1問間違えた生徒が28人の場合、全問正解している生徒はいませんでした。以上より、5問すべてに正解した生徒は、0人以上10人以下です。

② ①を間違えた2人が②～⑤も間違えたと考え、1問も正解しなかった生徒は最も多くて2人です。また、(3)と同様に4問正解して1問間違えた生徒が27人の場合を考えると、 $37 - 27 = 10$ (個)の×を、3人の生徒が4問, 3問, 3問間違えることで取った場合に、5問間違えた生徒は0人になります。以上より、1問も正解しなかった生徒は、0人以上2人以下です。