

最難関問題

三角の螺旋数表・1

整数を正三角形状に、1から順に周りに並べていきます。図1は、64まで並べたところで、ちょうど周っています。1の三角形から見て、8の三角形はく上に1>, 5の三角形はく上に2>の位置にあります。10の三角形はく右に1>, 23の三角形はく左に2>, 6の三角形はく下に2, 右に4>の位置にあります。次の問いに答えなさい。

図1

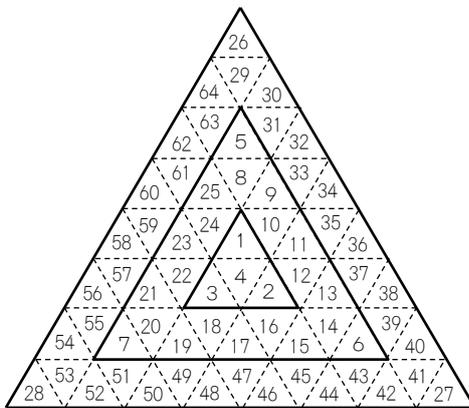
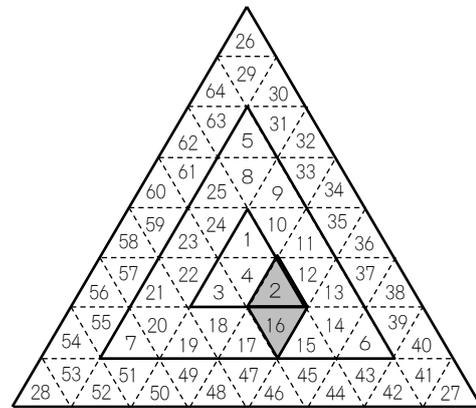


図2



図3



- (1) く上に7>, く下に5>の位置にある三角形に書かれている整数をそれぞれ答えなさい。
- (2) く上に7, 右に7>の位置にある三角形に書かれている整数を答えなさい。
- (3) 図2の枠を、図3のように向きを変えずにぴったりあてはめます。枠に入る2つの整数の和が529のとき、枠に入る整数の組みあわせとして考えられるものをすべて答えなさい。

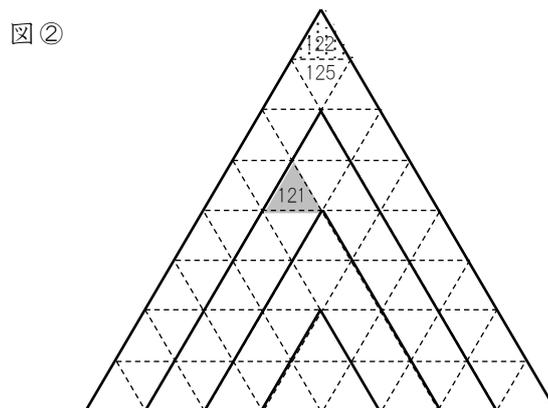
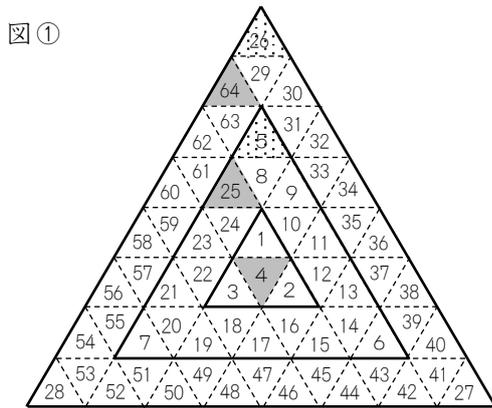
最難関問題

三角の螺旋数表・1

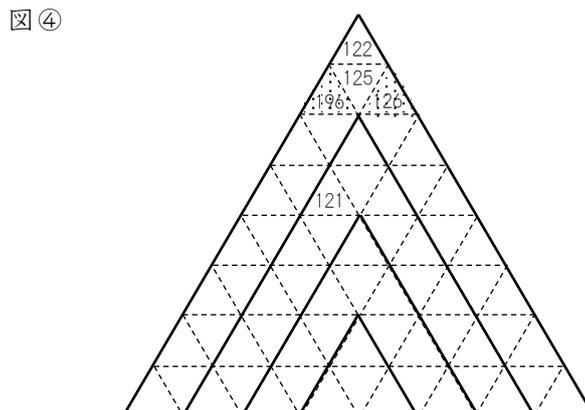
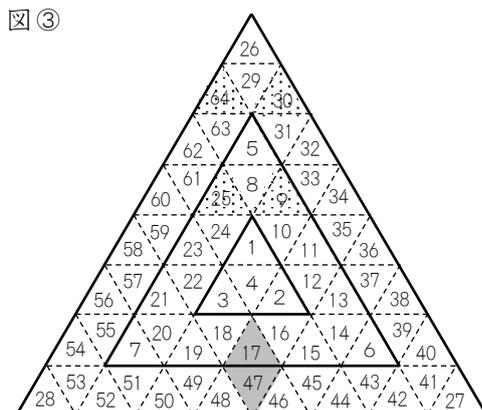
- (1) <上に7>…1 2 5, <下に5>…1 6 1 (2) 4 1 7  
(3) 2 6 4と2 6 5, 1 9 8と3 3 1

(1) 図①のかげをつけた部分は1, 2, 3周目の最後の数です。1周目は2段, 2周目までで5段, 3周目までで8段の正三角形になるので, それぞれの最後の数は $2 \times 2 = 4$ ,  $5 \times 5 = 25$ ,  $8 \times 8 = 64$ という平方数になります。あみ目をかけた部分は平方数の次の数なので,  $4 + 1 = 5$ ,  $25 + 1 = 26$ , となります。また, 5の下に8, 26の下に29は, どちらも+3によって得ることができます。

図②のように, 4周目の三角形が $8 + 3 = 11$ (段)なのでその最後の数は $11 \times 11 = 121$ ,  $121 + 1 = 122$ より, <上に8>の位置には1 2 2の三角形があります。よって, <上に7>の位置は,  $122 + 3 = 125$ です。



図③のかげをつけた三角形は,  $(9 + 25) \div 2 = 17$ ,  $(30 + 64) \div 2 = 47$ のように, あみ目の三角形の平均値になります。<下に5>は5周目の三角形に含まれるので, あみ目の三角形は図④のように $125 + 1 = 126$ と,  $14 \times 14 = 196$ なので,  $(126 + 196) \div 2 = 161$ です。

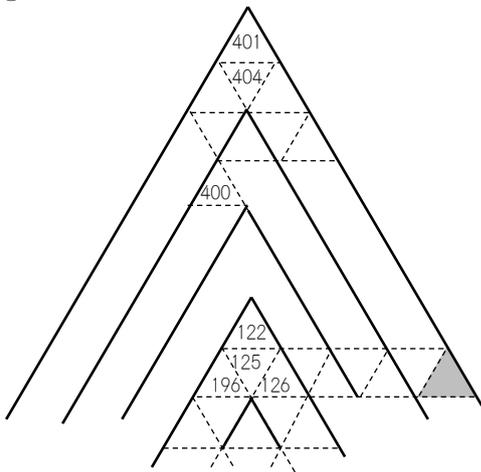


最難関問題

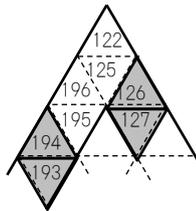
(2) <上に7, 右に7>は図④のかげをつけた位置になります。404よりも下に6段下がるので,  
 $404 + 1 + 2 \times 6 = 417$ です。

(3) 枠をあてはめると, 多くの場合図⑤のように連続する整数が入ります。また, 図⑥のようにそれぞれの  
 上の頂上の位置に枠をあてはめると, 差が3の整数が入ります。図⑤のパターンでは  $264 + 265$ ,  
 図⑥のパターンでは  $263 + 266$  となります。これらの数がどの位置にあるかを考えます。  
 $17 \times 17 = 289$  に注目をする, 図⑦の位置に  $265$  と  $264$  の三角形があるので,  
 「 $264$  と  $265$ 」が答えの1つです。  $263$  と  $266$  は明らかに上下の位置になりません。

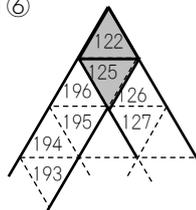
図④



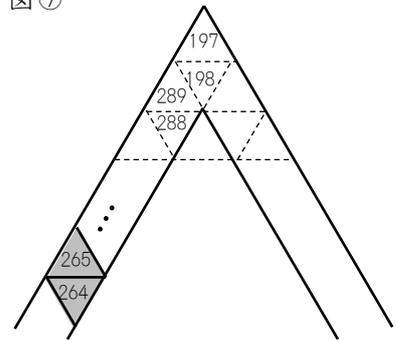
図⑤



図⑥



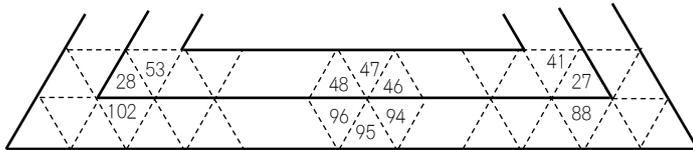
図⑦



最難関問題

次に、図⑧のように、枠が2つの周をまたがる場合を考えます。図⑧の例では1の正三角形の真下にある  $47 + 95 = 142$  から左右にずらすと、和が  $48 + 96 = 144$  と  $46 + 94 = 140$  となり、さらに左右にずらすことで4ずつ増減します。ただし、右端と左端は別に考えなければなりません。

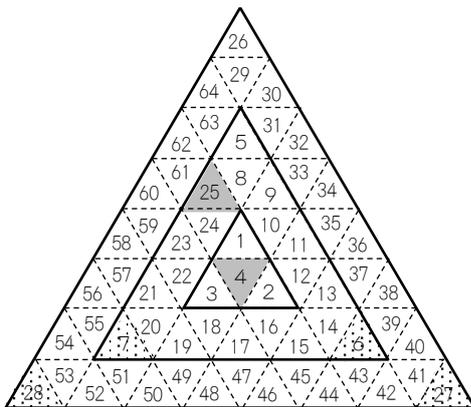
図⑧



1の三角形の真下にある数は、47, 95, 161の次が、 $\{(196 + 5) + 289\} \div 2 = 245$ ,  $\{(289 + 5) + 400\} \div 2 = 347$ , となります。  $245 + 347 = 592$  を左右にずらしても、上下の数の和は偶数のままなので、529にはなりません。

右端および左端の数は図⑨のように、 $4 + 2 = 6$ ,  $4 + 3 = 7$  や、 $25 + 2 = 27$ ,  $25 + 3 = 28$  のように、各周の最後の平方数 + 2, + 3 によって得ることができます。右端の数を順に求めていくと、2, 6, 27,  $8 \times 8 + 2 = 66$ ,  $11 \times 11 + 2 = 123$ ,  $14 \times 14 + 2 = 198$ ,  $17 \times 17 + 2 = 291$ , ... となります。図⑩においてかげをつけた三角形の数は、 $347 - 16 = 331$  なので、 $198 + 331 = 529$  となり、「198と331」も答えです。

図⑨



図⑩

